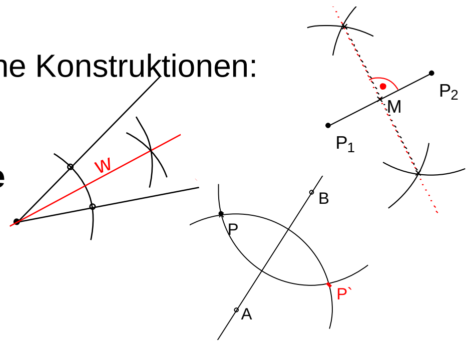
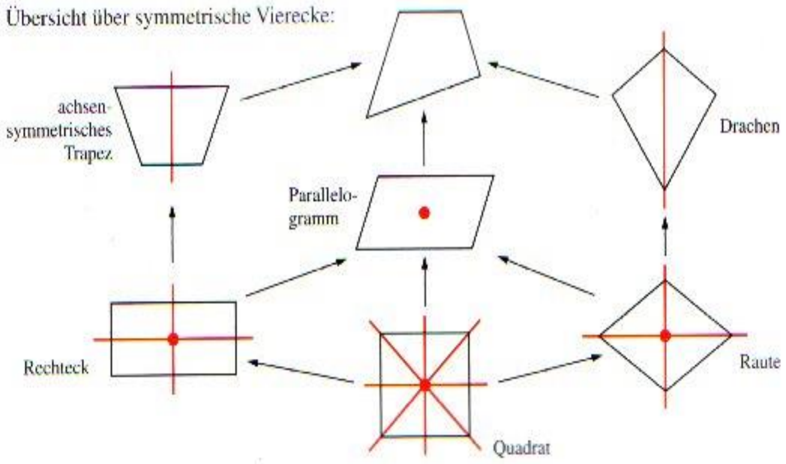
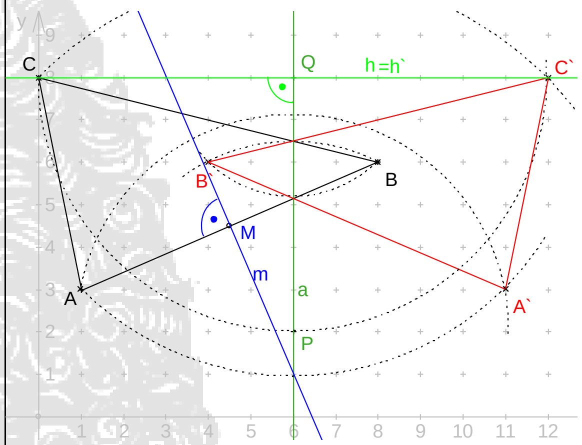
Grundwissen 7. Klasse G8

Wissen / Können	Aufgaben und Beispiele	Lösungen
Symmetrie: · Achsensymmetrische Konstruktionen: **Mittelsenkrechte** **Lot, Bildpunkt** **Winkelhalbierende** · Punktsymmetrie ·	Gegeben ist das Dreick ABC durch die Punkte A(1/3), B(8/6) und C(0/8) sowie die Symmetrie-achse a durch Q(6/8) und P(6/2). 1. Spiegele das Dreieck ABC an der Achse a. 2. Konstruiere die Mittelsenkrechte m von [AB]. 3. Konstruiere das Lot h auf a in Q. 4. Welches Spiegelbild besitzt h bei einer Spielgelung an a?	







LEIBNIZ-GYMNASIUM ALTDORF

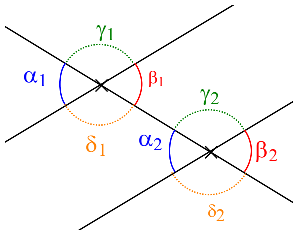
Winkelbetrachtungen:
an Geradenkreuzungen gilt:

- **Scheitelwinkel**: $\alpha_1 = \beta_1$
- **Nebenwinkel**: $\alpha_1 + \gamma_1 = 180°$

an Doppelkreuzungen von *parallelen* Geraden gilt:

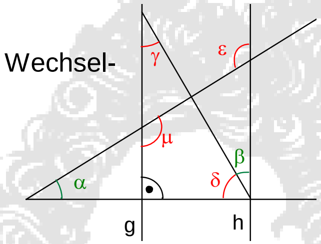
- **Stufenwinkel**: $\gamma_1 = \gamma_2$
- **Wechselwinkel**: $\delta_1 = \gamma_2$

Innenwinkelsumme beim Dreieck: 180°
Innen**winkelsumme** beim n-Eck: $180° \cdot (n-2)$

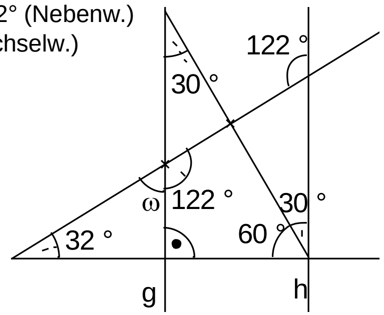


g sei parallel zu h. Wie groß sind in der Figur die Winkel γ, δ, ε und μ , wenn $\alpha = 32°$ und $\beta = 30°$ ist ?
Begründe!

Welcher Winkel ist ein Wechselwinkel zu ε?



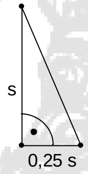
$\gamma = \beta = 30°$ (Wechselw.)
$\delta = 90° - \beta = 60°$ (da g parallel zu h)
$\omega = 90° - \alpha = 58°$ (Winkelsumme)
$\mu = 180° - \omega = 122°$ (Nebenw.)
$\mu = \varepsilon = 122°$(Wechselw.)



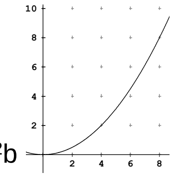
Terme mit **Variablen** (Platzhalter):

- Aufstellen und Interpretieren
- Veranschaulichen von Termen: Wertetabelle / Graph
  Äquivalente (gleichwertige) Terme liefern für jede Einsetzung den gleichen Wert.
- **Äquivalenzumformungen** von Termen durch Anwendung der Rechengesetze (Kommutativ-, Assoziativ-, Distributivgesetz).
  gleiche Faktoren zu Potenzen zusammenfassen:
  $5 \cdot a \cdot a \cdot 2 \cdot c \cdot c \cdot c = 10 \cdot a^2 \cdot c^3 = 10a^2c^3$
  nur **gleichartige** (=genau gleiche Variablen in jeweils gleicher Potenz) Produkte addieren:
  $10a^2c^3 + 3a^2c^3 = 13a^2c^3$
- Lösen von **linearen Gleichungen**

1. Die Variable n steht für eine natürliche Zahl. Welche Eigenschaften haben Zahlen der Form 2n+1 bzw. 2n-1 ?
2. Bestimme den Flächeninhalt A des Dreiecks in Abhängigkeit von s. Zeichne den Graphen von A(s) für $s \le 8$cm.
3. Vereinfache: i) $3ab^2 - 4a^2b + b^2a$
   ii) $(-2x)^2(-3xy)^3 \cdot 0{,}5xy$
4. Faktorisiere (schreibe als Produkt):
   $5b^3 - 10b^2 - 25b$
5. Multipliziere aus (schreibe als Summe):
   $2(x+y)^2(xy-1)$
6. Löse die Gleichung:
   $19 - 2(\frac{1}{3}x + 2) = 34 + 4(x-3);$
7. Die Einerstelle einer zweistelligen Zahl ist um 3 größer als die Zehnerstelle. Die Zahl ist viermal so groß wie ihre Quersumme.



1. 2n+1 bzw. 2n-1 liefern immer ungerade Werte, da 2n immer einen geraden Wert liefert.
2. $A(s) = \frac{1}{2} \cdot 0{,}25s \cdot s = \frac{1}{8}s^2$
3. i) $3ab^2 - 4a^2b + b^2a = 4ab^2 - 4a^2b$
   ii) $(-2x)^2(-3xy)^3 \cdot 0{,}5xy = 4x^2 \cdot 27x^3y^3 \cdot 0{,}5xy = 54x^6y^4$
4. $5b^3 - 10b^2 - 25b = 5b(b^2 - 2b - 5)$
5. $2(x+y)(x+y)(xy-1) = 2(x^2 + 2xy + y^2)(xy-1) =$
   $= 2x^3y - 2x^2 + 4x^2y^2 - 4xy + 2xy^3 - 2y^2$
6. $19 - 2(\frac{1}{3}x + 2) = 34 + 4(x-3);$ $\frac{14}{3}x = -7;$ $/\cdot \frac{3}{14}$
   $19 - \frac{2}{3}x - 4 = 34 + 4x - 12;$ $/+\frac{2}{3}x - 22$ $x = -1{,}5$
7. E: x+3 Z: x QS: x + (x + 3)=2x+3
   10x+(x+3) = 4(2x + 3); x = 3 Zahl: 36



Klammerregeln:

- Plusklammer: a+(b+c)=a+b+c a+(b-c)=a+b-c
- Minusklammern: a-(b+c)=a-b-c a-(-b-c)=a+b+c

1. Schreibe ohne Klammern und fasse zusammen:
   5x - (4y + 2x)-(-y + 8x)
2. Setze auf der linken Seite Klammern so, dass das Gleichheitszeichen stimmt:
   2f – g + f – 3g = 2f – g – f + 3g

1. 5x - 4y - 2x + y - 8x = -5x - 3y
2. 2f – g + f – 3g = 2f – (g – f + 3g) = 2f – g + f – 3g

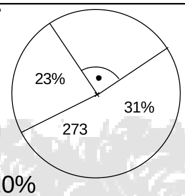
<table>
<tr>
<td>

Prozentrechnung: P = G · p

- Auswerten von Daten
- arithmetisches Mittel

</td>
<td>

1. Wie groß ist der Mittelwert von 5 aufeinander folgenden natürlichen Zahlen?
2. Bestimme den Grundwert, auf den sich das Diagramm bezieht.
3. Der Preis für ein Kleid wurde um 20% erhöht. Wie viel Prozent des neuen Preises hätte man sich beim rechtzeitigen Kauf erspart?



</td>
<td>

1. (n + n+1 + n+2 + n+3 + n+4):5 = (5n + 10):5= n+2
2. 25% entspricht 90°
273 entspricht 100°-25%-23%-31%=21%
273:21 entspricht 1%
(273:21)·100 = 1300 = 100% von G = G
3. neuer Preis: 120% von x = 1,2x
y · 1,2x = 20% · x ; / : (1,2x)
y = 16,7%

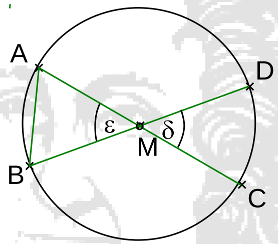
</td>
</tr>
<tr>
<td>

Zwei Dreiecke A und B sind zueinander **kongruent** (deckungsgleich) (A ≅ B), wenn sie:

- in allen drei Seiten übereinstimmen (**SSS**)
- in einer Seite und zwei gleichliegenden Winkeln übereinstimmen (**WSW** bzw. **SWW**)
- in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen (**SWS**)
- in zwei Seiten und dem Gegenwinkel der längeren Seite übereinstimmen (**SsW**)

</td>
<td>

Untersuche, ob die Dreiecke ABM und CDM zueinander kongruent sind.



</td>
<td>

Kongruenzbeweis:

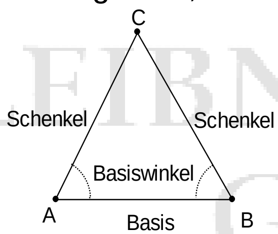
1. [AM] und [CM] sind gleich lang (Radius) S
2. $\varepsilon = \delta$, da Scheitelwinkel W
3. [BM] und [DM] sind gleich lang (Radius) S

Nach dem SWS-Satz sind beide Dreiecke zueinander kongruent.

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Satz vom gleichschenkligen Dreieck:
Trifft für ein Dreieck eine der folgenden Aussagen zu, so gelten auch die beiden anderen:

a) Das Dreieck ist gleichschenklig.
b) Das Dreieck ist achsensymmetrisch.
c) Die Basiswinkel sind gleich groß.



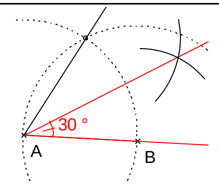
Im **gleichseitigen Dreieck** betragen alle Winkel 60°.

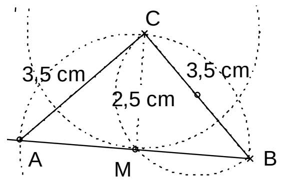
</td>
<td>

1. Konstruiere einen 30°-Winkel.
2. Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit der Schenkellänge 3,5 cm und der Basishöhe 2,5 cm.

</td>
<td>

1. 60°-Winkel halbieren!
2. Mit [BC] anfangen, dann erhält man durch Thaleskreis über [BC] und k(C;r=2,5) den Punkt M. k(M;r = $\overline{MB}$) liefert A.

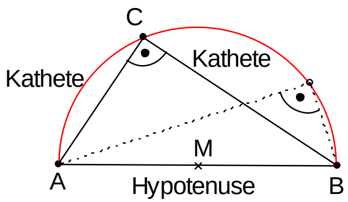




</td>
</tr>
</table>

Rechtwinkliges Dreieck:

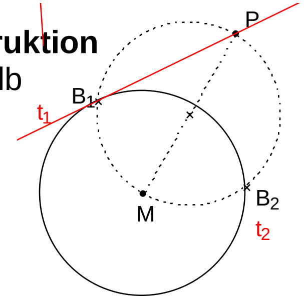
Satz des Thales: Ein Dreieck hat genau dann bei C einen rechten Winkel, wenn die Ecke C auf dem Halbkreis über [AB] (**Thaleskreis**) liegt.

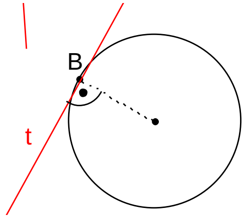


Tangentenkonstruktion

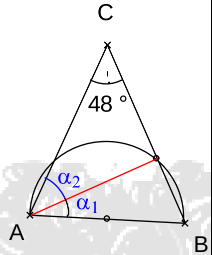
a) P liegt außerhalb des Kreises

b) B liegt auf der Kreislinie



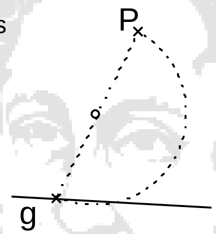


1. Das Dreieck ABC ist gleichschenklig mit der Grundseite [AB]. Berechne die Winkel α_1 und α_2.



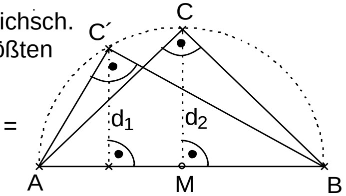
2. Welches rechtwinklige Dreick ABC mit der Hypotenuse 8cm hat den größten Flächeninhalt?

3. Die nebenstehende Figur gibt einen Hinweis, wie man auch das Lot auf g durch P konstruieren kann.
   Erkläre diese neue Möglichkeit.

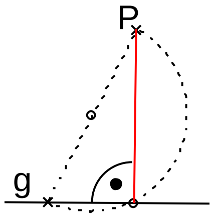


1. Wegen des Thaleskreises steht die rote Gerade senkrecht auf [CB]!
   $\alpha_2=90°-48°=42°$
   $\beta=\alpha_1+\alpha_2$, da Basiswinkel
   $\beta=(180°-48°):2=66°$ und somit $\alpha_1=66°-42°=24°$

2. Da $d_1<d_2$ hat das gleichsch. Dreieck ABC den größten Flächeninhalt
   $A=\frac{1}{2}\cdot\overline{AM}\cdot\overline{CM}= \quad = \frac{1}{2}\cdot 8cm\cdot 4cm=16cm^2$



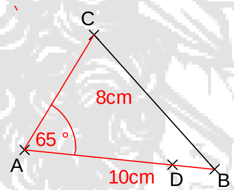
3. Thaleskreis liefert rechten Winkel!



Dreieckskonstruktionen:
Planfigur / Konstruktionsplan / Konstruktion

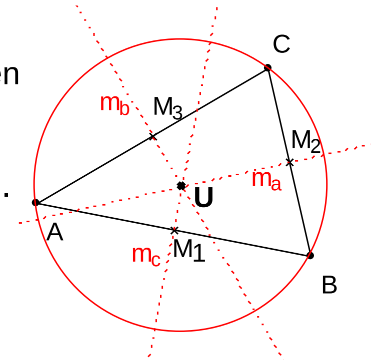
Konstruiere die abgebildete Figur mit den angegebenen Maßen in dein Heft.

$\overline{AB}=10cm$

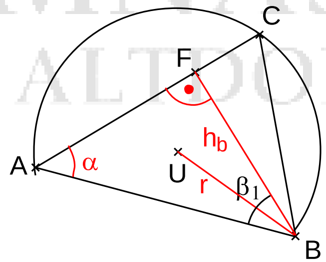


Konstruktionplan:
1. A und B sind festgelegt durch $\overline{AB}=10\text{cm}$
2. C liegt auf
   a) freien Schenkel von $\alpha=65°$
   b) k(A ; r =7cm)
3. D liegt auf
   a) [AB
   b) k(C ; r =8cm)

Besondere Linien im Dreieck:
- Alle *Mittelsenkrechten* schneiden sich im **Umkreismittelpunkt** U.
- Alle Winkelhalbierenden schneiden sich in einem Punkt I.
- Alle Höhen schneiden sich in einem Punkt H.



Konstruiere ein Dreieck ABC aus α = 42° , h_b = 3,5cm und dem Umkreisradius r = 2,8cm.



Konstruktionsplan:
1. B und F durch h_b = 3,5 cm
2. A liegt auf
   a) Senkrechten zu h_b durch F
   b) freien Schenkel von $\beta_1=90°-\alpha$
3. U liegt auf
   a) k(B ; r)
   b) k(A ; r)
4. C liegt auf
   a) Geraden AF
   b) k(U ; r)