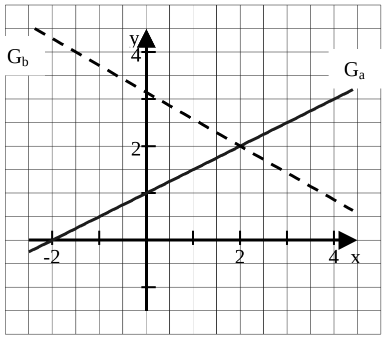
Lösungen zu den Ferienübungen für die 8. Klasse (G8)

1. a) richtig: Eine Pizza mit doppeltem Durchmesser (d. h. doppeltem Radius) hat wegen $A = \pi \cdot r^2$ die vierfache Fläche, reicht also für viermal so viele Leute und damit sicher auch für doppelt so viele Leute.

   b) falsch: Bei doppeltem Umfang $U = 2 \cdot (2r\pi)$ hat die Pizza doppelten Radius, also vierfache Fläche (vgl. a))und damit bei gleicher Dicke vierfache Masse.

   c) richtig: Eine Pizza mit doppeltem Durchmesser hat nach a) vierfache Fläche und müsste viermal so viel kosten. In der Realität dürfte die größere Pizza jedoch etwas weniger als das Vierfache kosten.

2. Geradengleichung **y=mx+t**



   a) $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4-2}{6-2} = \frac{1}{2}$ => Ansatz: $y = \frac{1}{2}x + t$

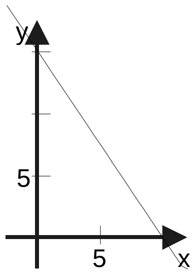
   Einsetzen von B(x=6|y=4): $4 = \frac{1}{2} \cdot 6 + t$ => t=1 => $y = \frac{1}{2}x + 1$

   b) $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2-2}{9-2} = -\frac{4}{7}$ => Ansatz : $y = -\frac{4}{7}x + t$

   Einsetzen von A : $2 = -\frac{4}{7} \cdot 2 + t$ => $t = 3\frac{1}{7}$ => $y = -\frac{4}{7}x + 3\frac{1}{7}$

3. a)

Brenndauer (in h)	0	10	5	6	9
abgebrannt (in cm)	0	15	7,5	9	13,5



   b) b(x)= 1,5cm · x
   c) k(x)=15cm-b(x)=15cm –1,5cm · x
   d) Nullstelle: k(x)=0 => x=10 D_k = [0; 10]

4. (c - 3) – 4 ≤ 5 – 3(1 - 3c) => -c + 3 – 4 ≤ 5 – 3 + 9c
   -c –1 ≤ 2 + 9c | -9c+1
   -10c ≤ 3 | :(-10) ! Division durch eine negative Zahl
   c ≥ -0,3 => L= {c ∈ Q| c ≥ -0,3 } = [-0,3 ; +∞ [

5. a) II in I : 3x + 2(0,5x - 4) = 8 → 3x + x – 8 = 8 → 4x – 8 = 8 |+8 → 4x = 16 |:4
   → x = 4 in II: y = 0,5 · 4 – 4 = -2 → L={(4|-2)}

   b) Setze 2 • II (also 6y = 2x – 2) in I ein: 5x – (2x – 2) = 3 → 5x – 2x + 2 = 3 → 3x + 2 = 3 |-2
   → 3x = 1 → $x = \frac{1}{3}$ → x in II : $3y = \frac{1}{3} - 1$ → $3y = -\frac{2}{3}$ | :3 → $y = -\frac{2}{9}$ → $L = \{(\frac{1}{3} | -\frac{2}{9})\}$

   c) 2 · I) 1,2x – 0,7y = 10
   <u>II) 0,8x + 0,7y = 30</u>
   2 · I + II) 2x = 40 → <u>x = 20</u> in II : 0,8 · 20 + 0,7y = 30 → 16 + 0,7y = 30 |-16
   → 0,7y = 14 |:0,7 → <u>y = 20</u> → <u>L = {(20|20)}</u>

6. Die Reihenfolge der ausgelosten Spieler ist unerheblich! Ω = {AB; AC; AD; BC; BD; CD }

7. Es gibt 16 Ereignisse:
   A = { } ;
   B = {1} ; C = {2} ; D = {3} ; E = {4} ;
   F = {1; 2} ; G = {1; 3} ; H = {1; 4} ; I = {2; 3} ; K = {2; 4} ; L = {3; 4} ;
   M = {1; 2; 3} ; N = {1; 2; 4} ; O = {1; 3; 4} ; P = { 2; 3; 4} ;
   Q = {1; 2; 3; 4}

8. a) Der erste Patient hat 6 Plätze, der zweite 5 Plätze usw. zur Verfügung.
   Daher gibt es $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = \frac{6!}{2!} = 360$ mögliche Sitzordnungen

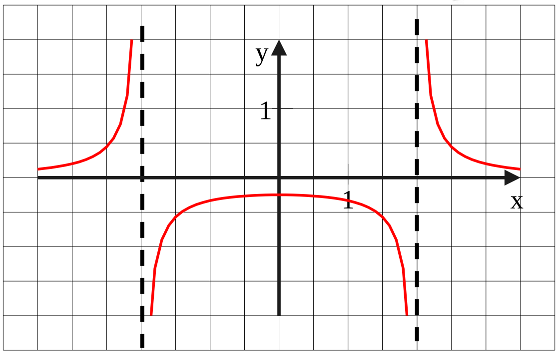
   b) P (Randplätze leer) = $\frac{\text{Anzahl der Verteilungen auf die inneren Plätze}}{\text{Anzahl aller möglichen Sitzordnungen}} = \frac{4!}{360} = \frac{24}{360} = \frac{1}{15}$

9. a) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$ Nennernullstellen x = -2 und x = +2

$\rightarrow D_f = \mathbb{Q} \setminus \{-2\,;\,2\}$

waagrechte Asymptote: y = 0 (x-Achse) ;

senkrechte Asymptoten x = -2 und x = 2



b) Mögliche Funktionen $f(x) = \frac{8}{x}$ oder $f(x) = \frac{4}{x-1}$ oder …

10. a) $\frac{3ax^2 - 3a^2x}{a^3x^2 - a^2x^3} = \frac{3ax(x-a)}{a^2x^2(a-x)} = \frac{-3ax(a-x)}{a^2x^2(a-x)} = -\frac{3}{ax}$

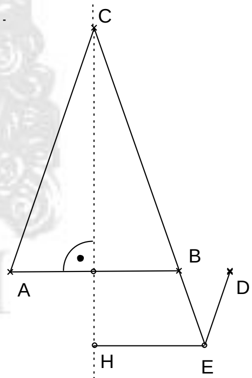
b) $\frac{a}{a-4} - \frac{2a}{12-3a} = \frac{-3a}{-3(a-4)} - \frac{2a}{12-3a} = \frac{-3a-2a}{12-3a} = \frac{-5a}{12-3a} = \frac{5a}{3a-12}$

c) $\frac{3x}{x+2} \cdot \frac{2-x}{x^2-2x} = \frac{3x}{x+2} \cdot \frac{(-1)\cdot(x-2)}{x(x-2)} = \frac{3}{x+2} \cdot \frac{-1}{1} = \frac{-3}{x+2}$

d) $\frac{4}{x^3} : \frac{2x-6}{3x^3 - x^2} = \frac{4}{x^3} \cdot \frac{x^2 \cdot (3x-1)}{2 \cdot (x-3)} = \frac{2}{x} \cdot \frac{3x-1}{x-3} = \frac{2 \cdot (3x-1)}{x \cdot (x-3)}$

11. a) Berechnung der Länge der Hilfsstrecke [BE] mit Zentrum B, X – Figur:

$\frac{\overline{BE}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} \quad \rightarrow \quad \overline{BE} = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} \cdot \overline{BC} = \frac{2{,}4\text{cm}}{6\text{cm}} \cdot 12\text{cm} = 4{,}8\text{cm}$



b) Das Dreieck ABC ist gleichschenklig mit M als Mittelpunkt von [AB].

$\rightarrow$ M halbiert die Strecke [AB] mit $\overline{MB} = 0{,}5 \cdot \overline{AB} = 0{,}5 \cdot 6\text{cm} = 3\text{cm}$

Berechnung der Streckenlänge $\overline{HE}$ mit Zentrum C, V – Figur:

$\frac{\overline{HE}}{\overline{MB}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{CB}} \quad \rightarrow \quad \overline{HE} = \frac{\overline{CE}}{\overline{CB}} \cdot \overline{MB} = \frac{\overline{CB} + \overline{BE}}{\overline{CB}} \cdot \overline{MB} = \frac{12\text{cm} + 4{,}8\text{cm}}{12\text{cm}} \cdot 3\text{cm} = 4{,}2\text{cm}$

12.a) richtig: Alle gleichseitigen Dreiecke haben gleich große Innenwinkel (60°) $\rightarrow$ ähnlich nach WW – Satz

b) richtig: Alle Quadrate haben gleich große Innenwinkel (90°) $\rightarrow$ ähnlich nach WW – Satz

c) falsch: Rauten haben vier gleich lange Seiten und zwei gegenüberliegende Winkel sind jeweils gleich groß. Sind die Innenwinkel nicht gleich wie z.B. bei der bayrischen Raute und einem Quadrat mit gleicher Seitenlänge, so sind die beiden Rauten nicht ähnlich, da es keine zentrische Streckung gibt, welche die Innenwinkel verändert.

Lösungen zu den Zusatzaufgaben

13. $v = \frac{V}{t} = \frac{5\,l}{10\,s} = \frac{5\,dm^3}{10\,s} = \frac{0{,}005\,m^3}{10\,s} = 0{,}0005\,\frac{m^3}{s} = 5 \cdot 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}$

14. Sei x die Einerziffer und y die Zehnerziffer, so gilt:

I) 10x + y = 10y + x + 9 und

II) y = 0,5x

II in I) ergibt: 10,5x = 6x + 9 $\rightarrow$ 4,5x = 9 $\rightarrow$ x = 2

x in II): y = 1 Die gesuchte Zahl heißt daher 12.

15. Sei x die erste Zahl und y die zweite Zahl, so gilt: 2x + 0,5y = 0,5(x + y) +1 <nur eine Gleichung!>

2x + 0,5y = 0,5x + 0,5y + 1 |-0,5y

$\rightarrow$ 2x = 0,5x + 1 |-0,5x <y fällt weg. $\rightarrow$ Für y kann beliebige Zahl eingesetzt werden.>

$\rightarrow$ 1,5x = 1 |:1,5 $\rightarrow$ $x = \frac{2}{3}$, y beliebig

16 a) x: Schenkellänge [cm] ; y: Basislänge [cm]

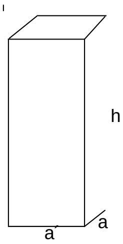
$15 = 2x + y \rightarrow y = 15 - 2x$

ganzzahlige Lösungen: (4 | 7); (5 | 5); (6 | 3); (7 | 1) <Basis y kann nicht größer als 2x sein!>

b) x: kürzere Seite [cm] ; y: längere Seite [cm]

$28 = 2x + 2y \rightarrow y = 14 - x$

ganzzahlige Lösungen: (1 | 13); (2 | 12); (3 | 11); … ; (7 | 7)



c) $100 = 8a + 4h \rightarrow h = 25 - 2a$

ganzzahlige Lösungen: (1 | 23); (2 | 21); (3 | 19); … ; (12 | 1)

17. Es gibt $8 \cdot 5 \cdot 6 = 240$ verschiedene Wege von P über Q und R nach S.

18. P(1. Zahl gerade) = $\frac{24}{49}$

19. zu **I** gehört c) : f (0) = 0 und waagrechte Asymptote y = 1

zu **II** gehört b) : alle Funktionswerte sind positiv

zu **III** gehört d) : alle Funktionswerte sind negativ

20. a) $f(a) = \frac{2+2a}{a+1} = \frac{2(1+a)}{a+1} = 2$

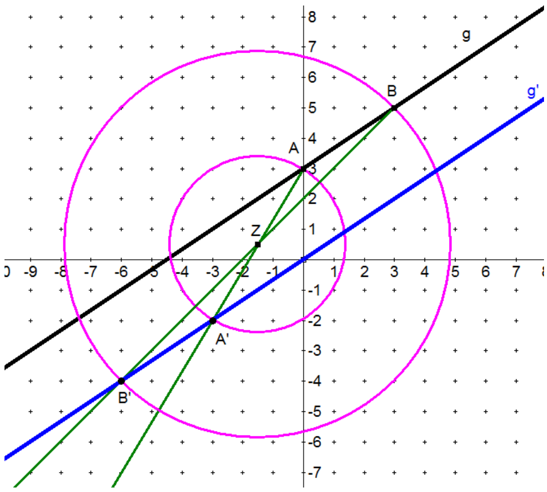
b) $f(x) = \frac{3x^3 - x}{x^2 - 3x} = \frac{x(3x^2-1)}{x(x-3)} = \frac{3x^2-1}{x-3}$

21. a) $x^{-1} - \frac{x^3}{x^4} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x} = 0$

b) $x^n \cdot x^{1-n} = x^{n+(1-n)} = x^1 = x$

c) $(x-4) : (2x-8)^{-3} = \frac{x-4}{(2x-8)^{-3}} = (x-4)(2x-8)^3 = (x-4)\left[2(x-4)\right]^3 = (x-4)\cdot 2^3 (x-4)^3 = 8(x-4)^4$

22. $g(x) = \frac{2}{3}x + 3$



$t = 3 \rightarrow A(0 \mid 3) \in G_g$
$x = 3 \rightarrow B(3 \mid 5) \in G_g$

Bildpunkt A' liegt auf 1) [AZ
2) $k(Z;\ \overline{AZ})$

B' liegt auf 1) [BZ
2) $k(Z;\ \overline{BZ})$

Aus Zeichnung: Gleichung der Geraden g' = A'B': $y = \frac{2}{3}x$

< g und g' haben dieselbe Steigung, da Gerade und Bildgerade bei einer Punktspiegelung stets parallel sind.>

23. Wie bei einfachen Strecken gilt für die Umfänge: $u' = k \cdot u$.

Für den Streckungsfaktor gilt somit: $k = \frac{u'}{u} = \frac{15cm}{20cm} = \frac{3}{4}$

Bei Flächen benötigt man k^2 als Streckungsfaktor. <Produkt aus zwei Strecken!>

Daher gilt: $A' = k^2 \cdot A = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 22cm^2 = 12\frac{3}{8}cm^2$