Grundwissen 9. Klasse G8

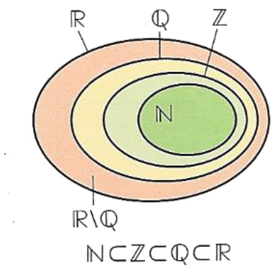
Wissen / Können

I) Reelle Zahlen

Für eine <u>nichtnegative</u> Zahl a heißt diejenige <u>nichtnegative</u> Zahl, deren Quadrat a ergibt, **Quadratwurzel** von a, kurz $\sqrt{a}$.

Viele Quadratwurzel $\sqrt{a}$ sind keine **rationalen** Zahlen (mit endlicher oder unendlich periodischer Dezimalbruchdarstellung), sondern **irrationale** Zahlen mit unendlichen, nicht periodischen Dezimalbruchdarstellungen.

Die Mengen der rationalen ($\mathbb{Q}$) und der irrationalen ($\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$) Zahlen ergeben zusammen die Menge $\mathbb{R}$ der **reellen** Zahlen, die durch Intervallschachtelung angenähert werden können.



Rechenregeln für Quadratwurzeln:

$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ für alle $a \geq 0$

aber: $\sqrt{a^2} = |a|$ für alle $a \in R$

$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} = \sqrt{a\cdot b}$; $\sqrt{a}:\sqrt{b} = \sqrt{a:b}$, $b \neq 0$ für alle a, $b \geq 0$

Binomische Formeln:

„Plusformel“ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
„Minusformel“ $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$
„Plus-Minus-Formel“ $(a + b)(a – b) = a^2 – b^2$

Rationalmachen des Nenners: Nenner enthält …

eine Wurzel	eine Summe/Differenz von Wurzeln
=> erweitere mit derselben Wurzel	=> erweitere mit der entsprechenden Differenz/Summe von Wurzeln (3.bF)

Aufgaben und Beispiele

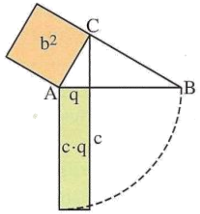
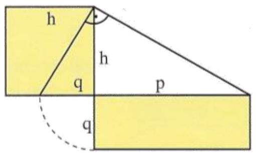
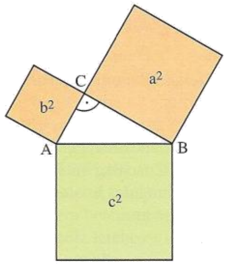
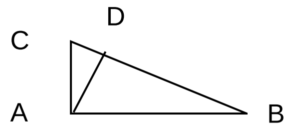
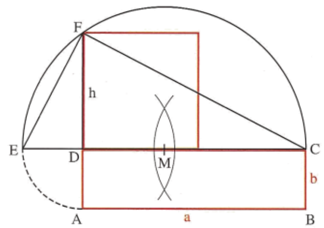
1. Handelt es sich um rationale oder irrationale Zahlen ?
   a) $\sqrt{7}$
   b) $5,\overline{36}$
   c) $\sqrt{3,24}$
   d) 1,121122111222…
2. Berechne !
   a) $\sqrt{(-6)^2}$
   b) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{72}$
   c) $\sqrt{48}:\sqrt{3}$
   d) $\sqrt{9}+\sqrt{16}$
3. Berechne !
   a) $(3x + 5y)^2$
   b) $(1,5a – \frac{2}{3}b)^2$
   c) $\left(\sqrt{2u}+\sqrt{18v^3}\right)\left(\sqrt{2u}-\sqrt{18v^3}\right)$
4. Mache den Nenner rational !
   a) $\frac{12}{\sqrt{6}}$
   b) $\frac{5-\sqrt{3}}{5+\sqrt{3}}$

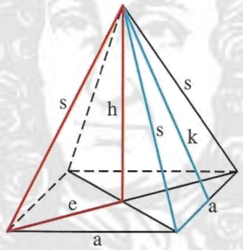
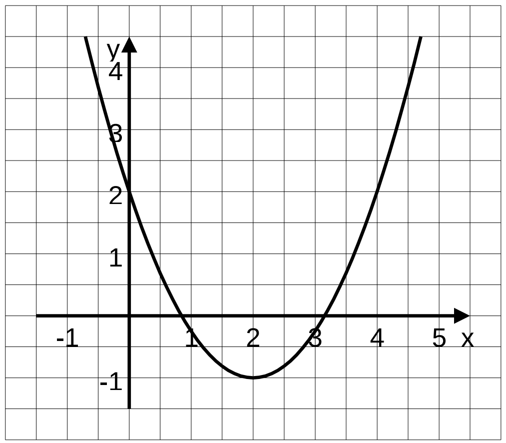
Lösungen

1. a) $\sqrt{7} \in R\backslash Q$, da 7 keine Quadratzahl ist
   b) $5,\overline{36} = 5\frac{36}{99} = 5\frac{4}{11} \in Q$
   c) $\sqrt{3,24} = 1,8 \in Q$
   d) 1,121122111222… $\in R\backslash Q$: nicht period.
2. a) $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6 = |-6|$
   b) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{72} = \sqrt{3\cdot 2\cdot 36} = 6\sqrt{6}$
   c) $\sqrt{48}:\sqrt{3} = \sqrt{48:3} = \sqrt{16} = 4$
   d) $\sqrt{9}+\sqrt{16} = 3+4 = 7$

   BEACHTE !!!

   $\sqrt{9}+\sqrt{16} \neq \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$
3. a) $(3x + 5y)^2 = 9x^2 + 30xy + 25y^2$
   b) $(1,5a – \frac{2}{3}b)^2 = 2,25a^2 – 2ab + \frac{4}{9}b^2$
   c) $\left(\sqrt{2u}+\sqrt{18v^3}\right)\left(\sqrt{2u}-\sqrt{18v^3}\right) =$
   $= 2u^2 – 18v^6$
4. a) $\frac{12}{\sqrt{6}} = \frac{12\sqrt{6}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}} = \frac{12\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6}$
   b) $\frac{5-\sqrt{3}}{5+\sqrt{3}} = \frac{\left(5-\sqrt{3}\right)\left(5-\sqrt{3}\right)}{\left(5+\sqrt{3}\right)\left(5-\sqrt{3}\right)} = \frac{\left(5-\sqrt{3}\right)^2}{25-3} =$
   $= \frac{25-10\sqrt{3}+3}{22} = \frac{14-5\sqrt{3}}{11}$

Wissen / Können	**Aufgaben und Beispiele**	**Lösungen**
Für eine <u>nichtnegative</u> Zahl a heißt diejenige <u>nichtnegative</u> Zahl, deren n-te Potenz a ergibt, **n-te Wurzel** von a, kurz $\sqrt[n]{a}$, n≥2. **Potenzen mit rationalen Exponenten:** Für a ∈ R^+ gilt: $a^{\frac{p}{q}}=\sqrt[q]{a^p}$; $a^{-\frac{p}{q}}=\frac{1}{\sqrt[q]{a^p}}$ p ∈ Z, q ∈ N **Potenzgesetze:** Für r, s ∈ Q und a, b ∈ R^+ gilt: (1) gleiche Basis: $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$ $a^r : a^s = a^{r-s}$ (2) gleicher Exponent: $a^r \cdot b^r = (a \cdot b)^r$ $a^r : b^r = (a:b)^r$ (3) Potenz einer Potenz: $(a^r)^s = a^{r \cdot s}$	5. Berechne ! a) $16^{\frac{3}{4}}$ b) $125^{-\frac{1}{3}}$ c) $\sqrt[3]{-8}$ 6. Berechne ! a) $4^{\frac{1}{9}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}$ b) $\sqrt[5]{2a^{10}} : \sqrt[5]{64a^5}$ c) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^6$	5. a) $16^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{16^3}=\sqrt[4]{\left(2^4\right)^3}=\sqrt[4]{2^{12}}=2^3$ b) $125^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{125}}=\frac{1}{5}$ c) $\sqrt[3]{-8}$ ist nicht definiert ! **aber:** $x^3 = (-8)$ hat die Lsg. x = (-2) **!!** 6. a) $4^{\frac{1}{9}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}=2^{\frac{2}{9}} \cdot 2^{\frac{3}{9}}=2^{\frac{5}{9}}$ b) $\sqrt[5]{2a^{10}} : \sqrt[5]{64a^5}=\left(\frac{2a^{10}}{64a^5}\right)^{\frac{1}{5}}=\left(\frac{a^5}{32}\right)^{\frac{1}{5}}=\frac{a}{2}$ c) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^6=\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^6=2^2=4$
<u>II) Satzgruppe des Pythagoras</u> Im rechtwinkligen Dreieck (hier: γ = 90°) gilt:  (1) **Kathetensatz:** Das Quadrat über einer Kathete ist flächengleich zum Rechteck aus der Hypotenuse und dem anliegenden Hypotenusen-abschnitt: $\mathbf{a^2 = c \cdot p}$ **;** $\mathbf{b^2 = c \cdot q}$  (2) **Höhensatz:** Das Quadrat über der Höhe ist flächengleich zum Rechteck aus den beiden Hypotenusen-abschnitten: $\mathbf{h^2 = q \cdot p}$  (3) **Satz des Pythagoras:** Die Quadrate über den beiden Katheten sind zu-sammen flächengleich zum Quadrat über der Hypotenuse: $\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$	1. Im Dreieck ABC gilt: α = 90°; c = 30 cm; b = 22,5 cm ; ∠ ADB = 90°. Berechne die Länge aller in der Figur vorkommenden Strecken mit Hilfe <u>dreier</u> unterschiedlicher Sätze.  2. Verwandle ein Rechteck mit Seitenlänge a = 5,0 cm und b = 1,8 cm nach dem Höhensatz in ein flächengleiches Quadrat !	1. Mit $\overline{AD}=h, \overline{CD}=q$ und $\overline{DB}=p$ gilt: Pythagoras: $a = \sqrt{b^2+c^2}$ => a = 37,5 cm Kathetensatz: $p = c^2 : a$ => p = 24 cm Hypotenuse: q = a – p => q = 13,5 cm Höhensatz: $h = \sqrt{p \cdot q}$ => h = 18 cm 2.  (1) E liegt auf [CD und k (D; b) (2) M ist Mittelpunkt von [EC] (3) F liegt auf Thaleskreis über [EC] und Lot zu [EC] durch D (Schnittpunkt der Hypotenusen-abschnitte ist Höhenfußpunkt !) (4) h ist eine Seite des gesuchten Quadrats

Wissen / Können	**Aufgaben und Beispiele**	**Lösungen**
Kehrsatz zum Satz des Pythagoras: Wenn in einem Dreieck ABC gilt: $a^2 + b^2 = c^2$, dann hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel. **Berechnungen an Figuren und Körpern:** Diagonale im Rechteck: $d = \sqrt{a^2+b^2}$ im Quadrat: $d = a\sqrt{2}$ Raumdiagonale im Quader: $d = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$ im Würfel: $d = a\sqrt{3}$ gleichseitiges Δ: Höhe: $h = \frac{1}{2}a\sqrt{3}$ Fläche: $A = \frac{1}{4}a^2\sqrt{3}$	3. Berechne den Flächeninhalt eines Dreiecks mit a = 12 cm; b = 13 cm und c = 5 cm ! 4. Berechne die Seitenlänge eines Quadrats mit Diagonale d = 12 cm ! 5. Berechne für eine quadratische Pyramide mit den Kantenlängen a = 20 cm und s = 25 cm die Pyramidenhöhe h und die Höhe k einer Seitenfläche ! 	3. $a^2 + c^2 = b^2$ => Δ ist rechtwinklig mit $\beta = 90°$ => $c \perp a$ und $A = \frac{1}{2}a \cdot c = 30\ cm^2$ 4. $d = a\sqrt{2}$ => $a = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{d\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}\ cm$ 5. $e = a\sqrt{2}$ => $e = 20\sqrt{2}\ cm$ $h = \sqrt{s^2-(0{,}5e)^2} = \sqrt{625\,cm^2 - 200\,cm^2} = 5\sqrt{17}\ cm$ $k = \sqrt{h^2+(0{,}5a)^2} = \sqrt{425\,cm^2 + 100\,cm^2} = 5\sqrt{21}\ cm$
<u>III) Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen</u> Funktionen der Form $\boxed{f\colon x \mapsto ax^2 + bx + c,\ a \neq 0}$ heißen **quadratische Funktionen.** Ihre Graphen G_f heißen **Parabeln.** Der Graph der Funktion $g(x) = x^2$ heißt **Normalparabel**. G_f ist für $a > 0$ nach oben geöffnet, $a < 0$ nach unten geöffnet; für $\lvert a\rvert > 1$ enger als die Normalparabel, $\lvert a\rvert < 1$ weiter als die Normalparabel. Der jeweils tiefste (a > 0) bzw. höchste (a < 0) Punkt von G_f heißt **Scheitel**. **Sonderfälle:** $f(x) = x^2 + e$ => G_f ist eine um e Einheiten in y – Richtung verschobene Normalparabel; S (0 | e) $f(x) = (x-d)^2$ => G_f ist eine um d Einheiten in x – Richtung verschobene Normalparabel; S (d | 0)	1. Beschreibe den Graphen der gegebenen Funktion möglichst genau, ohne ihn zu zeichnen ! $f(x) = 2x^2 - 12x + 4$ 2. Bestimme die Funktionsgleichung zu dem gezeichneten Graphen ! 	1. $f(x) = 2x^2 - 12x + 4 =$ $= 2\,[x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 9 - 9 + 2] =$ $= 2\,[(x-3)^2 - 9 + 2] =$ $= 2\,(x-3)^2 - 14$ a = 2 => G_f nach oben geöffnet (a < 0) und enger als die Normalparabel (|a|>1) S (3 | -14) => f (x) nimmt ihren kleinsten Wert y = –14 für x = 3 an => $W_f = [-14; +\infty[$ f (x) hat zwei Nullstellen, da S unter der x – Achse liegt und G_f nach oben geöffnet ist. 2. S (2 | -1) => $f(x) = a(x-2)^2 - 1$ $P(0 \mid 2) \in G_f$ => $2 = a(0-2)^2 - 1$ => $2 = 4a - 1$ => $3 = 4a$ => $0{,}75 = a$ => $f(x) = 0{,}75\,(x-2)^2 - 1$

Wissen / Können	Aufgaben und Beispiele	Lösungen
Scheitelpunktform: $f(x) = ax^2 + bx + c \xrightarrow{\text{quadrat. Ergänzung}}$ $\mathbf{f(x) = a(x-d)^2 + e}$ **Lösungsformel für quadratische Gleichungen:** quadr. Gleichung: $ax^2 + bx + c = 0$; **Diskriminante** $D = b^2 - 4ac$ $D > 0$ => 2 Lösungen $D = 0$ => 1 Lösung $D < 0$ => keine Lsg. $\boxed{x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$	3. Berechne die Lösungen folgender Gleichungen: a) $4x^2 - 32 = 0$ b) $5x^2 = 2x$ c) $3x^2 - 2x = 2x + 4$	3. a) $4x^2 = 32$ => $x^2 = 8$ => $x_1 = -\sqrt{8} = -2\sqrt{2}$; $x_2 = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ b) $5x^2 - 2x = 0$ => $x(5x-2) = 0$ => $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{2}{5}$ c) $3x^2 - 4x - 4 = 0$ => $x_{1/2} = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-4)}}{2 \cdot 3} = \frac{4 \pm 8}{6}$ => $x_1 = \left(-\frac{2}{3}\right)$; $x_2 = 2$
<u>IV) Anwendungen quadratischer Funktionen</u> **Bestimmen des Funktionsterms:** geg.: drei Punkte $\in G_f$ Lös.: $f(x) = ax^2 + bx + c$ liefert ein Gleichungssystem mit drei Gleichungen zur Best. von a, b und c -> eine Gleichung nach einer Variablen auflösen; diese durch Einsetzen in den anderen beiden Gleichungen eliminieren; dann Einsetz- oder Additionsverfahren Sonderfall 1: S und P gegeben => $f(x) = a(x-d)^2 + e$ Sonderfall 2: zwei NS gegeben => $f(x) = a(x - n_1)(x - n_2)$ **Extremwertprobleme:** Führt die Suche nach dem Extremwert einer Größe auf eine quadratische Funktion, so liefert die y – Koordinate des Scheitels von G_f diesen Extremwert. **Schnittpunkte von Funktionsgraphen berechnen:** • Funktionsterme gleichsetzen; • jede Lösung dieser Gleichung liefert x – Koordinate eines SP; • y – Koordinate eines SP erhält man durch Einsetzen der x – Koordinate in eine der beiden Funktionsgleichungen;	1. Bestimme die Gleichung der quadratischen Funktion f (x), deren Graph G_f durch die Punkte A (1|0), B (2|-1) und C (3|2) verläuft ! 2. Mit einem Zaun der Länge 800 m soll eine möglichst große rechteckige Fläche eingezäunt werden ! 3. Berechne die Schnittpunkte der Graphen der beiden Funktionen $f(x) = -x + 3{,}5$ und $g(x) = \frac{x+1}{2x-2}$!	1. $A \in G_f$ => I) $0 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = a + b + c$ $B \in G_f$ => II) $-1 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 4a + 2b + c$ $C \in G_f$ => III) $2 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c = 9a + 4b + c$ I)' $c = -a - b$ in **II**): **II**)' $-1 = 3a + b$ in **III**): **III**)' $2 = 8a + 3b$ **II**)' $b = -1 - 3a$ in **III**)': $2 = 8a - 3 - 9a$; $\mathbf{a = (-5)}$ a in **II**)' $b = -1 - 3 \cdot (-5)$; $\mathbf{b = 14}$ a, b in **I**)' $c = -(-5) - 14$; $\mathbf{c = (-9)}$ $f(x) = -5x^2 + 14x - 9$ 2. x: Länge; z: Breite $2x + 2z = 800$ => $z = 400 - x$ $a(x) = x(400 - x) = -x^2 + 400x =$ $= -[x^2 - 400x + 40.000 - 40.000] =$ $= -(x - 200)^2 + 40.000$ **S (200 | 40.000)** Die größtmögliche Fläche von 40.000 m^2 erhält man für Länge (x) = Breite (400 – x) = 200 m. 3. $-x + 3{,}5 = \frac{x+1}{2x-2}$ => $(-x + 3{,}5)(2x - 2) = x + 1$ => $-2x^2 + 8x - 8 = 0$ | : (-2) => $x^2 - 4x + 4 = 0$ => $(x-2)^2 = 0$ $x = 2$; $y = f(2) = 1{,}5$: **S (2 | 1,5)**

Wissen / Können	Aufgaben und Beispiele	Lösungen

V) Wahrscheinlichkeit bei mehrstufigen Zufallsexperimenten

Ein ZE, das aus n Teilexperimenten besteht, nennt man mehrstufiges ZE. Seine Ergebnisse schreibt man als **n – Tupel** (a_1 ; a_2 ; … ; a_n). Jedes Ergebnis stellt einen **Pfad** im Baumdiagramm vom Start- bis zu einem Endpunkt dar.

Grundregel: Die Summe der Wsk.en an den Ästen, die von einem Knoten ausgehen, beträgt immer **1**.

1. Pfadregel: Die Wsk. eines **Ergebnisses** erhält man durch Multiplikation der Wahrscheinlichkeiten längs des zugehörigen Pfades im Baumdiagramm.

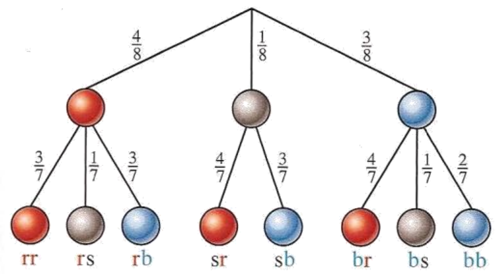
2. Pfadregel: Die Wsk. eines **Ereignisses** erhält man durch Addition der Wahrscheinlichkeiten der Pfade, die zu dem Ereignis gehören.

Eine Urne enthält 4 rote, 1 schwarze und 3 blaue Kugeln. Es werden nacheinander 2 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Berechne die Wahrscheinlichkeit …

a) der einzelnen Ergebnisse !

b) des Ereignisses B: „Es wird genau eine blaue Kugel gezogen."

a)



$\frac{12}{56}$ $\frac{4}{56}$ $\frac{12}{56}$ $\frac{4}{56}$ $\frac{3}{56}$ $\frac{12}{56}$ $\frac{3}{56}$ $\frac{6}{56}$

$P(\{rr\}) = \frac{4}{8}\cdot\frac{3}{7}=\frac{12}{56}$ usw.

b) $P(B) = \frac{12}{56}+\frac{3}{56}+\frac{12}{56}+\frac{3}{56}=\frac{30}{56}=\frac{15}{28}$

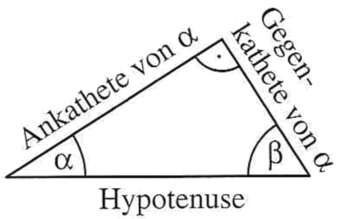
VI) Trigonometrie

Im rechtwinkligen Dreieck gilt für jeden **spitzen Winkel** φ:

$$\sin\varphi = \frac{\text{Gegenkathete von }\varphi}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos\varphi = \frac{\text{Ankathete von }\varphi}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan\varphi = \frac{\text{Gegenkathete von }\varphi}{\text{Ankathete von }\varphi}$$



Besondere Werte von Sinus, Kosinus und Tangens:

φ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\varphi$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
$\cos\varphi$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\varphi$	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	n. def.

1. Berechne die fehlenden Seiten und Winkel im Dreieck ABC mit $\gamma = 90°$!

   a) $a = 47$ m ; $\beta = 38°$

   b) $a = 14{,}0$ cm; $b = 25{,}8$ cm

2. Eine Leiter der Länge 7,5 m lehnt in der Höhe 6,6 m an einer Hauswand. Bestimme den Neigungswinkel α !

1. a) $\alpha = 90° - \beta = 52°$

   $\sin\alpha = \frac{a}{c} \Rightarrow c = \frac{a}{\sin\alpha} \approx 59{,}6$ m

   $b = \sqrt{c^2 - a^2} \approx 36{,}6$ m

   b) $c = \sqrt{a^2 + b^2} \approx 29{,}4$ m

   $\tan\alpha = \frac{a}{b} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right) \approx 28{,}5°$

   $\beta = 90° - \alpha = 61{,}5°$

2. $\sin\alpha = \frac{h}{l} \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{h}{l}\right) \approx 61{,}6°$

<table>
<tr><th>Wissen / Können</th><th>Aufgaben und Beispiele</th><th>Lösungen</th></tr>
<tr>
<td>

Beziehungen zw. Sinus, Kosinus, Tangens: $0° \le \varphi \le 90°$

(1) $\sin\varphi = \cos(90° - \varphi)$; $\cos\varphi = \sin(90° - \varphi)$

(2) $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$

(3) $\tan\varphi = \dfrac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$; $\varphi \ne 90°$

</td>
<td>

3. Berechne aus $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ folgende Werte:

a) $\sin\alpha$, $\tan\alpha$

b) $\sin(90°-\alpha)$, $\cos(90°-\alpha)$, $\tan(90°-\alpha)$

</td>
<td>

3. a) $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2}{3}\sqrt{2}$

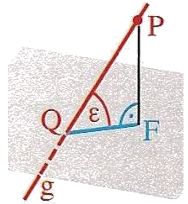
$\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 2\sqrt{2}$

b) $\sin(90°-\alpha) = \cos\alpha$; $\cos(90°-\alpha) = \sin\alpha$;

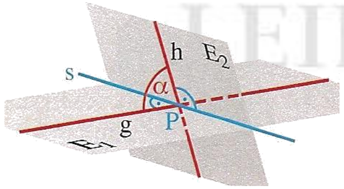
$\tan(90°-\alpha) = \dfrac{\sin(90°-\alpha)}{\cos(90°-\alpha)} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}} = \dfrac{1}{4}\sqrt{2}$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

<u>VII) Raumgeometrie</u>



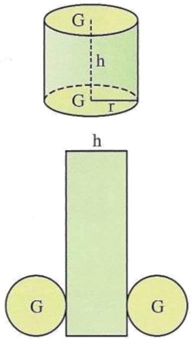
Neigungswinkel ε einer Geraden g gegen eine Ebene E:
∠ FQP mit Lotfußpunkt F im rechtwinkligen Stützdreieck QFP



Neigungswinkel α zwischen zwei Ebenen E_1 und E_2:
spitzer ∠ zwischen zwei Geraden g und h, die im selben Punkt P auf der Schnittger. s senkrecht stehen

Volumen- und Oberflächenformeln:

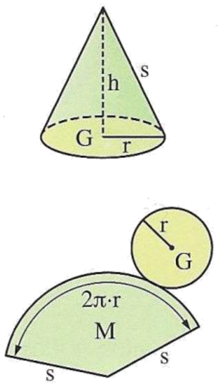
Zylinder



<u>Prisma:</u> $V = G \cdot h$
$O = 2G + M$

<u>Zylinder:</u> $V = r^2\pi \cdot h$
$M = 2r\pi \cdot h$
$O = 2r^2\pi + 2r\pi \cdot h$

Kegel



<u>Pyramide:</u> $V = 1/3\, G \cdot h$
$O = G + M$

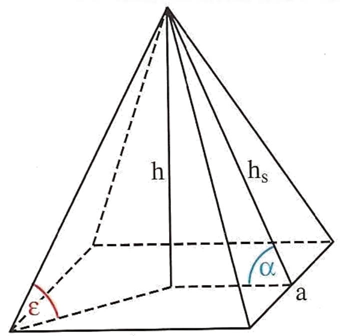
<u>Kegel:</u> $V = 1/3\, r^2\pi \cdot h$
$M = r\pi \cdot s$
$O = r^2\pi + r\pi \cdot s$

</td>
<td>

1. Berechne Volumen und Oberfläche eines Prismas mit Höhe h = 12,5 cm, dessen Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck mit Kantenlänge a = 6 cm ist !

2. a) Berechne Volumen und Oberfläche einer geraden Pyramide mit quadratischer Grundfläche (a = 4,0 cm) und Höhe h = 3,0 cm !

b) Berechne den Neigungswinkel der Seitenkanten und Seitenflächen gegen die Grundfläche !



3. Berechne Volumen, Mantel- und Oberfläche eines Kegels mit d = 0,32 m und h = 40,5 cm !

</td>
<td>

1. Grundfläche: $G = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{1}{2} a\sqrt{3}$

$G = \frac{1}{4} a^2\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

$V = Gh = 112{,}5\sqrt{3}\ \text{cm}^3$

$O = 2G + M = 2G + 3 \cdot ah = 18\sqrt{3}\ \text{cm}^2 + 225\ \text{cm}^2$

2. a) $V = \frac{1}{3} Gh = \frac{1}{3} a^2 h = 16\text{cm}^3$

$O = G + 4 \cdot 0{,}5ah_s = a^2 + 2a \cdot \sqrt{h^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2} =$

$= 16\ \text{cm}^2 + 8\sqrt{13}\ \text{cm}^2$

b) Grundflächendiagonale d

$d = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ cm

$\tan\varepsilon = \frac{h}{0{,}5d} = \frac{2h}{d}$ => $\varepsilon = \tan^{-1}\left(\frac{2h}{d}\right) \approx 46{,}7°$

$\tan\alpha = \frac{h}{0{,}5a} = \frac{2h}{a}$ => $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{2h}{a}\right) \approx 56{,}3°$

3. $d = 2r$ => $r = 0{,}5d = 0{,}16$ m $= 1{,}6$ dm

$V = \frac{1}{3} Gh = \frac{1}{3} r^2\pi h = 10{,}9\ \text{dm}^3$

$M = r\pi s = r\pi\sqrt{h^2 + r^2} \approx 21{,}9\ \text{dm}^2$

$O = r^2\pi + r\pi s = r^2\pi + r\pi\sqrt{h^2 + r^2} \approx 29{,}9\ \text{dm}^2$

</td>
</tr>
</table>