Lösungen zu den Ferienübungen für die 7. Klasse (G9)

1. Fasse so weit wie möglich zusammen.

a) $(2x+4d)(-d+0{,}5x+3) = -2dx + x^2 + 6x - 4d^2 + 2dx + 12d = \mathbf{x^2 + 6x - 4d^2 + 12d}$

b) $3xy \cdot (-1\frac{1}{2}y^2) - 3xy^3 - 3\frac{1}{5}x \cdot (-4y)^3 = -\frac{9}{2}xy^3 - 3xy^3 - \frac{16}{5}x \cdot (-64y^3) = 197{,}3xy^3$

c) $(4h \cdot q) : 0{,}25 - (-h+q)(2q-2h) \cdot 4 = 16hq - (-2hq + 2h^2 + 2q^2 - 2hq) \cdot 4$
$= 16hq + 16hq - 8h^2 - 8q^2 = \mathbf{32hq - 8h^2 - 8q^2}$

d) $(-2a^2) \cdot (4a^2 \cdot 75\%)^2 + a^4 \cdot 20a^2 = -2a^2 \cdot 9a^4 + 20a^6 = -18a^6 + 20a^6 = \mathbf{2a^6}$

e) $(x-2y)^2 - (x+2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2 - [x^2 + 4xy + 4y^2] = x^2 - 4xy + 4y^2 - x^2 - 4xy - 4y^2 = \mathbf{-8xy}$

f) $(\frac{1}{3}a + \frac{1}{3}b)^2 \cdot (\frac{1}{7}a - \frac{1}{8}b)^2 = [\frac{1}{9}a^2 + \frac{2}{9}ab + \frac{1}{9}b^2] \cdot [\frac{1}{49}a^2 - \frac{1}{28}ab + \frac{1}{64}b^2] =$

$= \frac{1}{441}a^4 - \frac{1}{252}a^3b + \frac{1}{576}a^2b^2 + \frac{2}{441}a^3b - \frac{1}{126}a^2b^2 + \frac{1}{288}ab^3 + \frac{1}{441}a^2b^2 - \frac{1}{252}ab^3 + \frac{1}{576}b^4$

$= \mathbf{\frac{1}{441}a^4 + \frac{1}{1764}a^3b - \frac{37}{9408}a^2b^2 - \frac{1}{2016}ab^3 + \frac{1}{576}b^4}$.

2.a) $16 - 5v = 34 + 9v$ ==> $-18 = 14v$ ==> $\mathbf{v = -\frac{9}{7}}$.

b) $3(y-3) = -2(y+1) + 4y$ ==> $3y - 9 = -2y - 2 + 4y$ ==> $3y - 9 = 2y - 2$ ==> $\mathbf{y = 7}$

c) $13(x-5) - (x-1)x + x^2 = 5$ ==> $13x - 65 - (x^2 - x) + x^2 = 5$ ==> $13x - 65 + x = 5$
==> $14x = 70$ ==> $\mathbf{x = 5}$

d) $\frac{1}{9}(2x-3) + 1 = \frac{1}{3}(x+2)$ ==> $\frac{2}{9}x - \frac{1}{3} + 1 = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ ==> $1 - 1 = \frac{1}{3}x$ ==> $\mathbf{x = 0}$

3. Anna war vor 10 Jahren dreimal so alt wie Hans, also gilt die Gleichung: h: Alter von Hans.
$a - 10 = 3\cdot(h-1)$ ==> $h + 2 = 3\cdot(h-10)$ ==> $h + 2 = 3h - 30$ ==> $32 = 2h$; $16 = h$
Hans ist heute also 16 Jahre alt und somit ist **Anna heute 28 Jahre alt**.

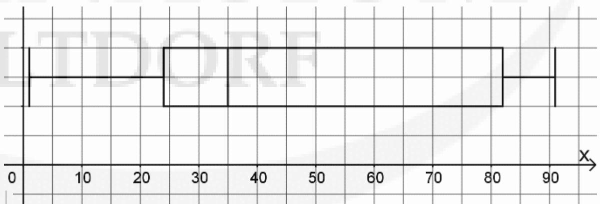
4. $\frac{-2 + 13 + (-9{,}5) + (-0{,}2) + x + 37 + 12}{7} = 5{,}3$ ==> $50{,}3 + x = 5{,}3 \cdot 7$ ==> $x = 37{,}1 - 50{,}3 = \mathbf{-13{,}2}$

5. Preis im Winter: 150 % · GW = 210 € ==> GW = 210 € : 1,5 = 140 €
Preis vor dem Reduzieren: 62,5 % · GW' = 140 € ==> GW' = 140 € : 0,625 = 224 €.
Vor dem Herbstreduzieren haben die Stiefel 224 € gekostet.

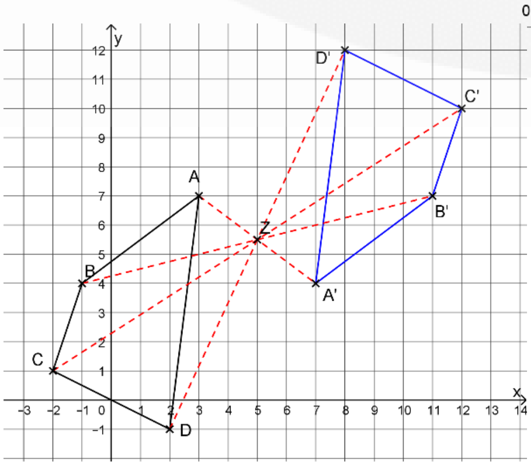
6. 1 4 22 24 28 29 30 **35** 47 59 69 82 83 83 91

Arithmetisches Mittel: $\frac{687}{15} = 45{,}8$.

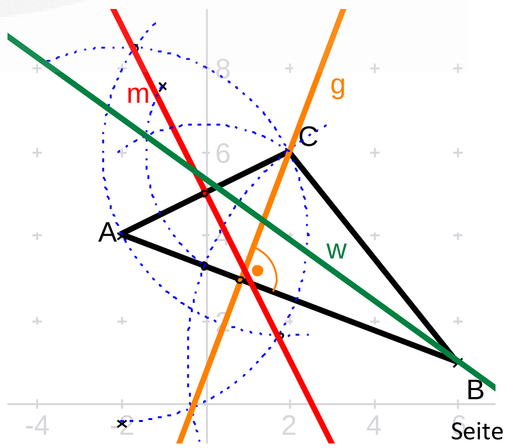
Median: 35.
Unteres Quartil: 24.
Oberes Quartil: 82.



7.



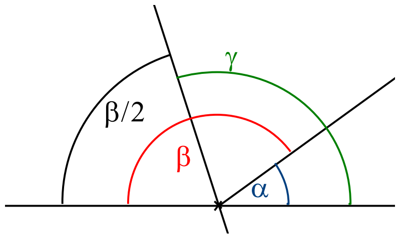
8.



9. $\gamma = 108° \implies \frac{\beta}{2} = 180° - 108° = 72°$ Nebenwinkel.

$\implies$ $\boldsymbol{\beta = 144°}$

$\implies$ $\alpha = 180° - \beta$ **= 36°.** Nebenwinkel.

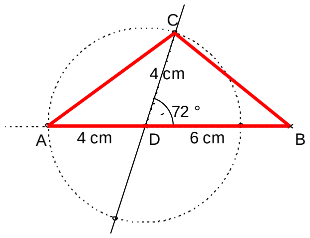


10. Konstruktionsplan:

1) D,B sind durch $|\overline{DB}|$ = 6 cm festgelegt.

2) A liegt auf a) [BD
b) k (D, r =4 cm).

3) C liegt auf a) dem freien Schenkel von δ =72° an [DB
b) k (D, r =4 cm)
(Dreieck ADC ist gleichschenklig!)



11. $|\overline{AB}| = |\overline{AC}| \implies \sphericalangle CBA = \sphericalangle ACB = (180° - 30°) : 2 = 75°$
(Basiswinkel-Satz)

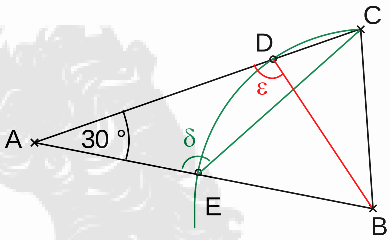
$|\overline{EB}| = |\overline{CB}| \implies$ Das Dreieck EBC ist gleichschenklig mit Basis $\overline{EC}$

$\implies \sphericalangle BEC = (180° - \sphericalangle CBA) : 2 = (180° - 75°) : 2$ **= 52,5°**

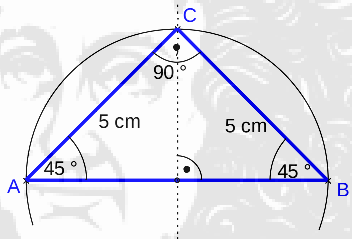
$\delta = 180° - \sphericalangle BEC = 180° - 52{,}5° = 127{,}5°$ (Nebenwinkel).

Das Dreieck BCD ist gleichschenklig mit Basis $\overline{DC}$.

$\varepsilon = 180° - \sphericalangle BDC = 180° - \sphericalangle ACB = 180° - 75°$ **= 105°.**



12. Basiswinkelsatz: $\alpha = \beta = (180° - 90°) : 2 = 45°$.
Die Katheten sind etwa 5 cm lang.

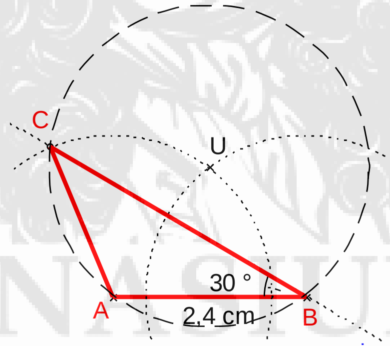


13. Konstruktionsplan:

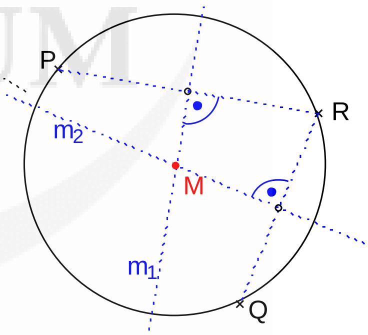
1) A, B durch c = 2,4 cm festgelegt

2) U liegt auf
a) k (A, r = 2 cm)
b) k (B, r = 2 cm)

3) C liegt auf
a) freiem Schenkel von β = 30° an [BA
b) k (U , r = 2 cm).

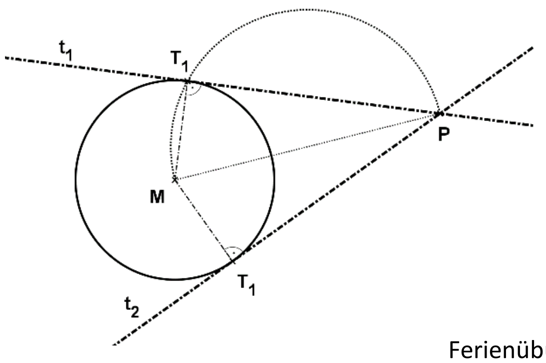


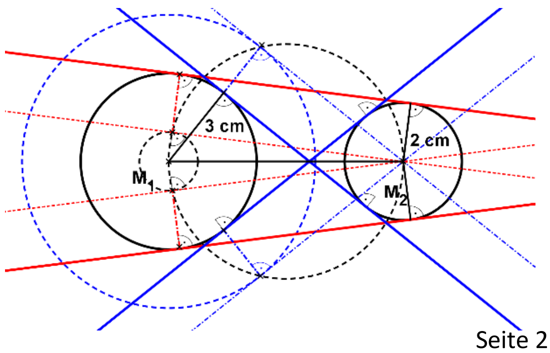
14. Wähle drei beliebige Punkte P, Q, R auf der Kreislinie.
Der gesuchte Kreismittelpunkt ist der Umkreismittelpunkt dieses Dreiecks PQR und damit der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten in diesem Dreieck.



15.a) Der Thaleskreis über der Strecke $\overline{MP}$ schneidet den Kreis in den beiden Tangentenberührpunkten T_1 und T_2.

b) Die Tangenten von M_2 aus an die beiden Hilfskreise sind parallel zu den gesuchten vier Tangenten.





16. a) Parallelogramm (also auch Quadrat, Rechteck, Raute) b) Quadrat, Rechteck
c) Drachenviereck, Raute, Quadrat d) achsensymmetrisches Trapez, Rechteck, Quadrat

17. a) $\alpha + (\alpha - 25°) = 180°$; $2\alpha = 205°$ $\boldsymbol{\alpha = 102{,}5°}$

b) $\beta + (\beta + 25\%\text{ von }\beta) = \beta + (\beta + 0{,}25\cdot\beta) = 2{,}25\cdot\beta = 180°$; $\beta = 180° : 2{,}25 = 80°$

$\Rightarrow$ der gesuchte Winkel beträgt **100°**.

18. a) $l = x$; $b = 3x$; $h = x$; $O = 2\cdot(lb + lh + bh)$

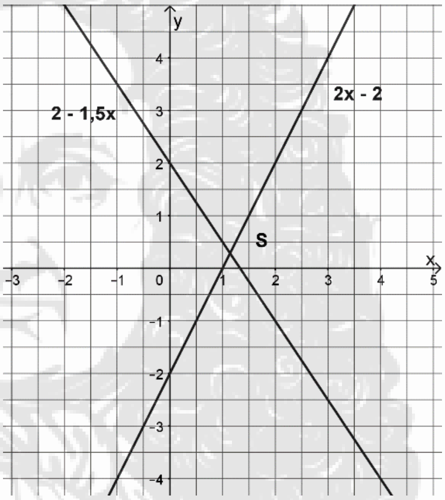
$\Rightarrow O(x) = 2(3x^2 + x^2 + 3x^2) = \mathbf{14x^2}$

$\Rightarrow O(12{,}5\text{ cm}) = 14\cdot(12{,}5\text{cm})^2 = \mathbf{2187{,}5\ cm^2}$

b) $K = 4\cdot(l + b + h)$ $\Rightarrow K(x) = 4\cdot(x + 3x + x) = \mathbf{20x}$

19.a)

	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$T_1(x) = 2x - 2$	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
$T_2(x) = 2 - 1{,}5x$	5	3,5	2	0,5	-1	-2,5	-4	-5,5

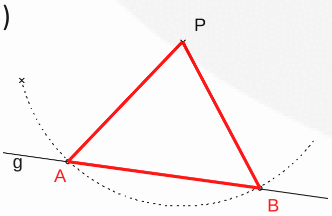


b) Der x-Wert des Graphenschnittpunktes **S** $\left(\frac{8}{7} / \frac{2}{7}\right)$ entspricht der Lösung der Gleichung $2x - 2 = 2 - 1{,}5x$.

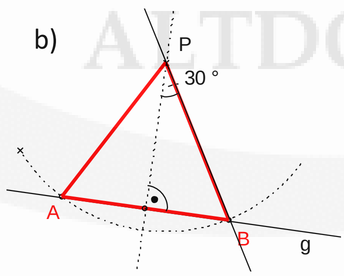
20. a) Preis nach der Erhöhung: P_e $P_e - 10\%\cdot P_e = 90\%\cdot P_e = 2070$ € ; $P_e = 2070€ : 0{,}9 = 2300€$
Preis ursprünglich: P_u $P_u + 15\%\cdot P_u = 115\%\cdot P_u = 2300€$; $P_u = 2300€ : 1{,}15 = 2000€$

b) $x\cdot P_u = 2070€$ $x = 2070€ : 2000€ = 1{,}035 = 103{,}5\%$
Der aktuelle Preis ist 3,5% höher als der ursprüngliche Preis.

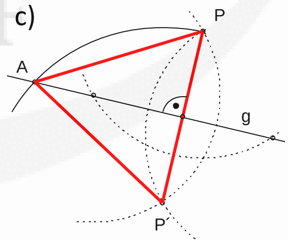
21. a)



b)



c)



Kreis um P schneidet g in a und B.

Lot von P auf g; 30°-Winkel an das Lot schneidet g in A und B.

P spiegeln an g; Kreis um P bzw. P' mit $r = |\overline{PP'}|$ schneidet g in A und B.

22. Δ AMD ist kongruent zu Δ MEC nach WWS-Satz:
$\alpha = \beta$ Scheitelwinkel
$\sphericalangle ADM = \sphericalangle CEM = 90°$ gegeben
$|\overline{AM}| = |\overline{MC}|$ M ist Mittelpunkt
In kongruenten Dreiecken sind entsprechende Strecken gleich lang, daher ist $h_a = h_b$!