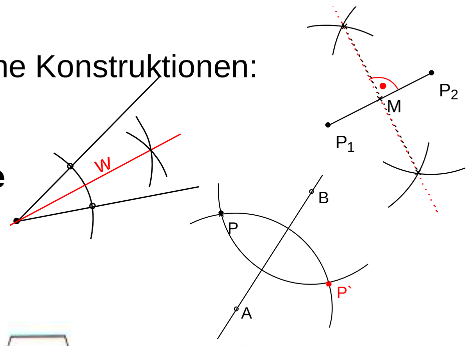
Grundwissen 7. Klasse G9

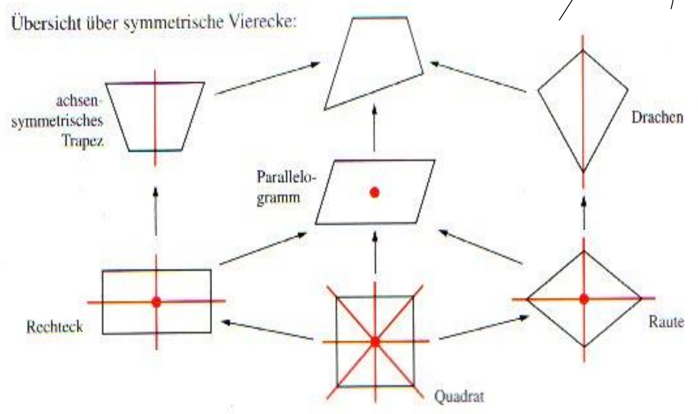
<table>
<tr><th>Wissen / Können</th><th>Aufgaben und Beispiele</th><th>Lösungen</th></tr>
<tr>
<td>

Symmetrie:

- Achsensymmetrische Konstruktionen:
Mittelsenkrechte
Lot, Bildpunkt
Winkelhalbierende
- Punktsymmetrie



„***Haus der Vierecke***“:

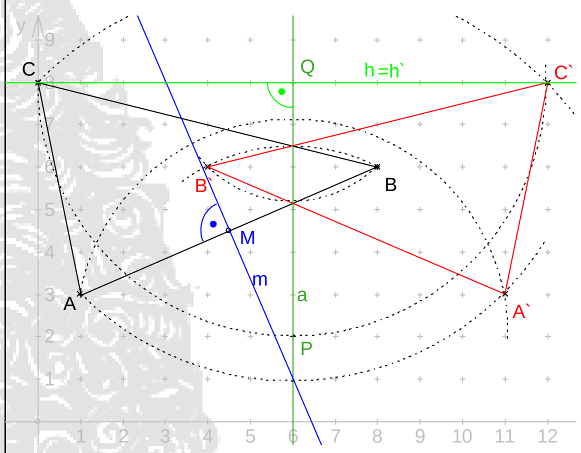


</td>
<td>

Gegeben ist das Dreieck ABC durch die Punkte A(1/3), B(8/6) und C(0/8) sowie die Symmetrie-achse a durch Q(6/8) und P(6/2).

1. Spiegele das Dreieck ABC an der Achse a.
2. Konstruiere die Mittelsenkrechte m von $\overline{AB}$.
3. Konstruiere das Lot h auf a in Q.
4. Welches Spiegelbild besitzt h bei einer Spiegelung an a?

</td>
<td>



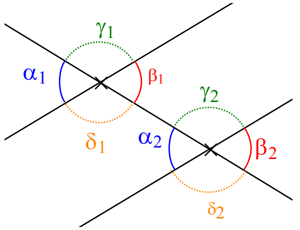
</td>
</tr>
<tr>
<td>

Winkelbetrachtungen:
an Geradenkreuzungen gilt:

- **Scheitelwinkel**: $\alpha_1 = \beta_1$
- **Nebenwinkel**: $\alpha_1 + \gamma_1 = 180°$

an Doppelkreuzungen von *parallelen* Geraden gilt:

- **Stufenwinkel**: $\gamma_1 = \gamma_2$
- **Wechselwinkel**: $\delta_1 = \gamma_2$

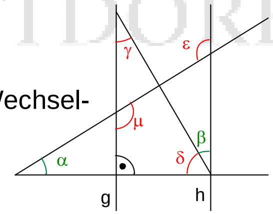


Innenwinkelsumme beim Dreieck: 180°
Innen**winkelsumme** beim n-Eck: 180°· (n-2)

</td>
<td>

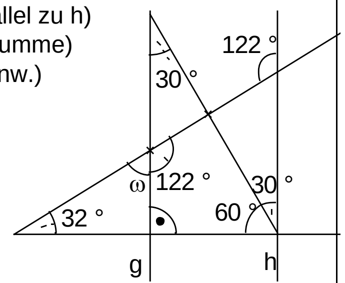
g sei parallel zu h. Wie groß sind in der Figur die Winkel γ, δ, ε und μ , wenn $\alpha = 32°$ und $\beta = 30°$ ist ?
Begründe!

Welcher Winkel ist ein Wechsel-winkel zu ε?



</td>
<td>

$\gamma = \beta = 30°$ (Wechselw.)
$\delta = 90° - \beta = 60°$ (da g parallel zu h)
$\omega = 90° - \alpha = 58°$ (Winkelsumme)
$\mu = 180° - \omega = 122°$ (Nebenw.)
$\mu = \varepsilon = 122°$(Wechselw.)



</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>

Klammerregeln:
- ***Plusklammer***: a+(b+c)=a+b+c   a+(b-c)=a+b-c
- ***Minusklammern***: a-(b+c)=a-b-c   a-(-b-c)=a+b+c
- **Binomische Formeln**:
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
(a – b)2 = a² – 2ab + b²
$(a + b)(a – b) = a^2 – b^2$

</td>
<td>

1. Schreibe ohne Klammern und fasse zusammen:
5x - (4y + 2x)-(-y + 8x)
2. Setze auf der linken Seite Klammern so, dass das Gleichheitszeichen stimmt:
2f – g + f – 3g = 2f – g – f + 3g
3. Vereinfache:
$(2a + 3b)^2 – (3b – 2a)^2$

</td>
<td>

1. 5x - 4y - 2x + y - 8x = -5x - 3y
2. 2f –g – f + 3g = f – (g + f – 3g)
3. $(2a + 3b)^2 – (3b – 2a)^2 =$
$= 4a^2 + 12ab + 9b^2 – (9b^2 – 12ab + 4a^2)$
$= 4a^2 + 12ab + 9b^2 – 9b^2 + 12ab – 4a^2$
$= 24ab$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Terme mit **Variablen** (Platzhalter):
- Aufstellen und Interpretieren
- Veranschaulichen von Termen: Wertetabelle / Graph
Äquivalente (gleichwertige) Terme liefern für jede Einsetzung den gleichen Wert.
- **Äquivalenzumformungen** von Termen durch Anwendung der Rechengesetze (Kommutativ-, Assoziativ-, Distributivgesetz).
gleiche Faktoren zu Potenzen zusammenfassen:
$5 \cdot a \cdot a \cdot 2 \cdot c \cdot c \cdot c = 10 \cdot a^2 \cdot c^3 = 10a^2c^3$
nur **gleichartige** (=genau gleiche Variablen in jeweils gleicher Potenz) Produkte addieren:
$10a^2c^3 + 3a^2c^3 = 13a^2c^3$
- Lösen von **linearen Gleichungen**

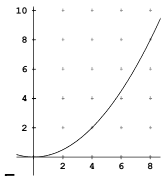
</td>
<td>

1. Die Variable n steht für eine natürliche Zahl. Welche Eigenschaften haben Zahlen der Form 2n+1 bzw. 2n-1 ?
2. Bestimme den Flächeninhalt A des Dreiecks in Abhängigkeit von s. Zeichne den Graphen von A(s) für s ≤ 8cm.

3. Vereinfache: i) $3ab^2 – 4a^2b + b^2a$
ii) $(-2x)^2(-3xy)^3 \cdot 0,5xy$
4. Faktorisiere (schreibe als Produkt):
$5b^3 - 10b^2 - 25b$
5. Multipliziere aus (schreibe als Summe):
$2(x+y)^2(xy-1)$
6. Löse die Gleichung:
$19 - 2(\frac{1}{3}x + 2) = 34 + 4(x-3);$
7. Die Einerstelle einer zweistelligen Zahl ist um 3 größer als die Zehnerstelle. Die Zahl ist viermal so groß wie ihre Quersumme.

</td>
<td>

1. 2n+1 bzw. 2n-1 liefern immer ungerade Werte, da 2n immer einen geraden Wert liefert.
2. $A(s) = \frac{1}{2} \cdot 0,25s \cdot s = \frac{1}{8}s^2$



3. i) $3ab^2 – 4a^2b + b^2a = 4ab^2 – 4a^2b$
ii) $(-2x)^2(-3xy)^3 \cdot 0,5xy = 4x^2 \cdot (-27x^3y^3) \cdot 0,5xy =$
$= -54x^6y^4$
4. $5b^3 - 10b^2 - 25b = 5b(b^2 - 2b - 5)$
5. $2(x+y)(x+y)(xy-1) = 2(x^2 + 2xy + y^2)(xy-1) =$
$= 2x^3y - 2x^2 + 4x^2y^2 - 4xy + 2xy^3 - 2y^2$
6. $19 - 2(\frac{1}{3}x + 2) = 34 + 4(x-3);$ $\frac{14}{3}x = -7;$ $/ \cdot \frac{3}{14}$
$19 - \frac{2}{3}x - 4 = 34 + 4x - 12;$ $/ + \frac{2}{3}x - 22$ $x = -1,5$
7. E: x+3   Z: x   QS: x + (x + 3)=2x+3
10x+(x+3) = 4(2x + 3);   x = 3   Zahl: 36

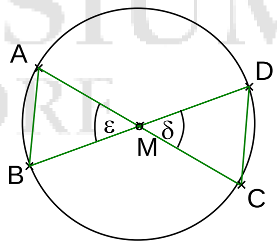
</td>
</tr>
<tr>
<td>

Zwei Dreiecke A und B sind zueinander **kongruent** (deckungsgleich) (A ≅ B), wenn sie:
- in allen drei Seiten übereinstimmen (**SSS**)
- in einer Seite und zwei gleichliegenden Winkeln übereinstimmen (**WSW** bzw. **SWW**)
- in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen (**SWS**)

in zwei Seiten und dem Gegenwinkel der längeren Seite übereinstimmen (**SsW**)

</td>
<td>

Untersuche, ob die Dreiecke ABM und CDM zueinander kongruent sind.



</td>
<td>

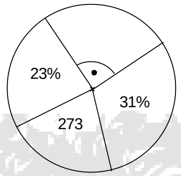
Kongruenzbeweis:
1. $\overline{AM}$ und $\overline{CM}$ sind gleich lang (Radius) S
2. ε = δ , da Scheitelwinkel W
3. $\overline{BM}$ und $\overline{DM}$ sind gleich lang (Radius) S
4. Nach dem SWS-Satz sind beide Dreiecke zueinander kongruent.

</td>
</tr>
</table>

Prozentrechnung: P = G · p

· Auswerten von Daten
· arithmetisches Mittel

1. Wie groß ist der Mittelwert von 5 aufeinander folgenden natürlichen Zahlen?
2. Bestimme den Grundwert, auf den sich das Diagramm bezieht.
3. Der Preis für ein Kleid wurde um 20% erhöht. Wie viel Prozent des neuen Preises hätte man sich beim rechtzeitigen Kauf erspart?



1. (n + n+1 + n+2 + n+3 + n+4):5 = (5n + 10):5= n+2
2. 25% $\hat{=}$ 90°
   273 $\hat{=}$ 100%-25%-23%-31%=21%
   273:21 $\hat{=}$ 1%
   (273:21)·100 = 1300 = 100% von G = G
3. neuer Preis: 120% von x = 1,2x
   y · 1,2x = 20% · x ; / : (1,2x)
   y = 16,7%

Boxplots

Spannweite: Es ist die Differenz vom größtem und kleinsten Wert.
Median: Er zerlegt den geordneten Datensatz in zwei gleich große Blöcke. Ist die Anzahl von Daten

· ungerade, so ist der Median der mittlere Wert
· gerade, so ist der Median das arithmetische Mittel der beiden mittleren Werte

Quartil: Der Median der zwei Blöcke heißt unteres bzw. oberes Quartil
Boxplot: Er besteht aus

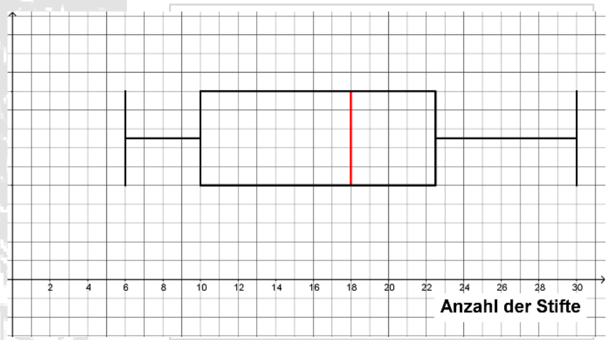
- einem Rechteck: unteres und oberes Quartil begrenzen das Rechteck, innendrin liegt der Median
- zwei Antennen, welche von dem Minimal- und dem Maximalwert festgelegt werden
  Er wird durch eine Achse festgelegt.

Bestimme die Spannweite und zeichne den Boxplot zu folgender Messung:

Ein Lehrer fragt 13 Schüler nach ihrer Anzahl von Farbstiften in der Federmappe und erhält folgende Antworten:
6, 20, 8, 30, 15, 21, 18, 12, 16, 24, 26, 8, 19

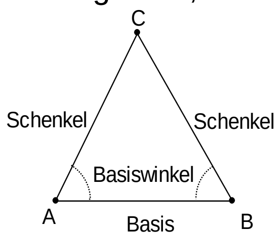
1. Ordnen der Daten:
   6, 8, 8, 12, 15, 16, 18, 19, 20, 21, 24, 26, 30
2. Spannweite: 30 – 6 = 24
3. Median: 18
4. Unteres Quartil: a.M. von 8 und 12: 10
5. Oberes Quartil: a.M. von 21 und 24: 22,5

6. Boxplot zeichnen:



Satz vom gleichschenkligen Dreieck:
Trifft für ein Dreieck eine der folgenden Aussagen zu, so gelten auch die beiden anderen:

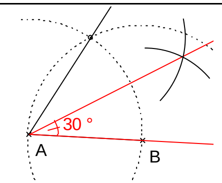
a) Das Dreieck ist gleichschenklig.
b) Das Dreieck ist achsensymmetrisch.
c) Die Basiswinkel sind gleich groß.



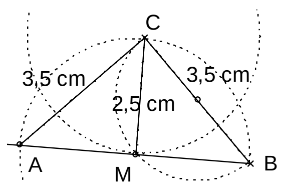
Im **gleichseitigen Dreieck** betragen alle Winkel 60°.

1. Konstruiere einen 30°-Winkel.
2. Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit der Schenkellänge 3,5 cm und der Basishöhe 2,5 cm.

1. 60°-Winkel halbieren!



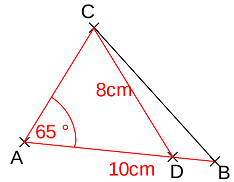
2. Mit $\overline{BC}$ anfangen, dann erhält man durch Thaleskreis über $\overline{BC}$ und k(C;r=2,5) den Punkt M. k(M;r =$|\overline{MB}|$) liefert A.



Dreieckskonstruktionen:
Planfigur / Konstruktionsplan / Konstruktion

Konstruiere die abgebildete Figur mit den angegebenen Maßen in dein Heft.

$|\overline{AB}| = 10\text{cm}$

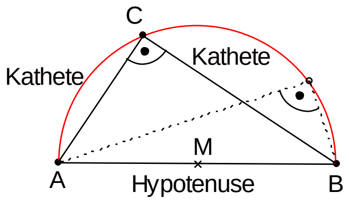


Konstruktionplan:
1. A und B sind festgelegt durch $|\overline{AB}| = 10\text{cm}$
2. C liegt auf
   a) freien Schenkel von $\alpha = 65°$
   b) k(A ; r =7cm)

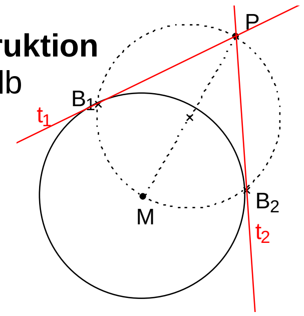
D liegt auf
a) [AB
b) k(C ; r =8cm)

Rechtwinkliges Dreieck:

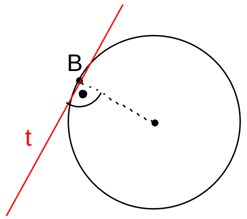
Satz des Thales: Ein Dreieck hat genau dann bei C einen rechten Winkel, wenn die Ecke C auf dem Halbkreis über $\overline{AB}$ (**Thaleskreis**) liegt.



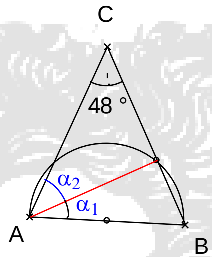
Tangentenkonstruktion
a) P liegt außerhalb des Kreises

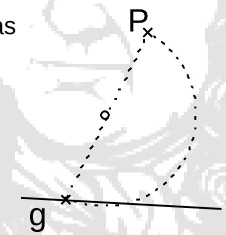


b) B liegt auf der Kreislinie



1. Das Dreieck ABC ist gleichschenklig mit der Grundseite $\overline{AB}$. Berechne die Winkel α_1 und α_2.
2. Welches rechtwinklige Dreieck ABC mit der Hypotenuse 8 cm hat den größten Flächeninhalt? Bestimme diesen größtmöglichen Flächeninhalt.
3. Die nebenstehende Figur gibt einen Hinweis, wie man auch das Lot auf g durch P konstruieren kann. Erkläre diese neue Möglichkeit.

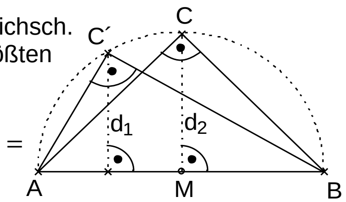




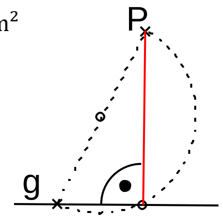
1. Wegen des Thaleskreises steht die rote Gerade senkrecht auf [CB]!
   $\alpha_2=90°-48°=42°$
   $\beta=\alpha_1+\alpha_2$, da Basiswinkel
   $\beta=(180°-48°):2=66°$ und somit $\alpha_1=66°-42°=24°$
2. Da $d_1<d_2$ hat das gleichsch. Dreieck ABC den größten Flächeninhalt

   $A = \frac{1}{2}\cdot|\overline{AM}|\cdot|\overline{CM}| =$

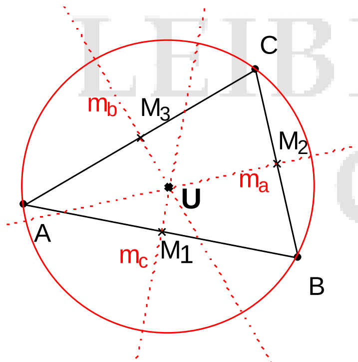
   $= \frac{1}{2}\cdot 8\text{cm}\cdot 4\text{cm} = 16\text{cm}^2$



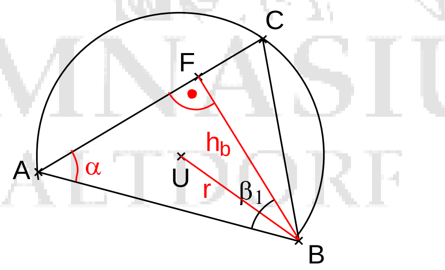
3. Thaleskreis liefert rechten Winkel!



Besondere Linien im Dreieck:
- Alle *Mittelsenkrechten* schneiden sich im **Umkreismittelpunkt** U.
- Alle Winkelhalbierenden schneiden sich in einem Punkt I, dem Inkreismittelpunkt.
- Alle Höhen schneiden sich in einem Punkt H.



Konstruiere ein Dreieck ABC aus $\alpha = 42°$, $h_b = 3{,}5\text{cm}$ und dem Umkreisradius r = 2,8cm.



Konstruktionsplan:
1. B und F durch $h_b = 3{,}5$ cm
2. A liegt auf
   a) Senkrechten zu h_b durch F
   b) freien Schenkel von $\beta_1=90°-\alpha$
3. U liegt auf
   a) k(B ; r)
   b) k(A ; r)
3. C liegt auf
   a) Geraden AF
   b) k(U ; r)