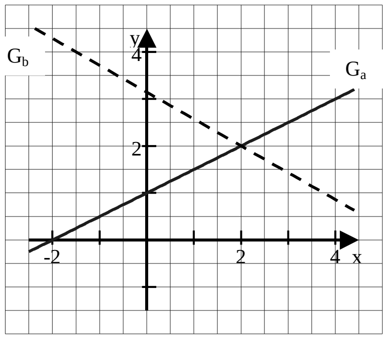
Lösungen zu den Ferienübungen für die 8. Klasse (G9)

1. a) richtig: Eine Pizza mit doppeltem Durchmesser (d. h. doppeltem Radius) hat wegen $A = \pi \cdot r^2$ die vierfache Fläche, reicht also für viermal so viele Leute und damit sicher auch für doppelt so viele Leute.

   b) falsch: Bei doppeltem Umfang $U = 2 \cdot (2r\pi)$ hat die Pizza doppelten Radius, also vierfache Fläche (vgl. a))und damit bei gleicher Dicke vierfache Masse.

   c) richtig: Eine Pizza mit doppeltem Durchmesser hat nach a) vierfache Fläche und müsste viermal so viel kosten. In der Realität dürfte die größere Pizza jedoch etwas weniger als das Vierfache kosten.

2. Geradengleichung **y = mx+t**



   a) $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4-2}{6-2} = \frac{1}{2}$ => Ansatz: $y = \frac{1}{2}x + t$

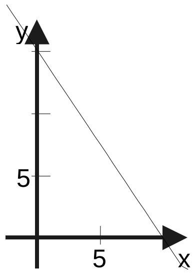
   Einsetzen von B(x=6|y=4): $4 = \frac{1}{2} \cdot 6 + t$ => t=1 => $y = \frac{1}{2}x + 1$

   b) $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2-2}{9-2} = -\frac{4}{7}$ => Ansatz : $y = -\frac{4}{7}x + t$

   Einsetzen von A : $2 = -\frac{4}{7} \cdot 2 + t$ => $t = 3\frac{1}{7}$ => $y = -\frac{4}{7}x + 3\frac{1}{7}$

3. a)

Brenndauer (in h)	0	10	5	6	9
abgebrannt (in cm)	0	15	7,5	9	13,5



   b) b(x)= 1,5cm · x
   c) k(x)=15cm-b(x)=15cm –1,5cm · x
   d) Nullstelle: k(x)=0 => x=10 D_k = [0; 10]

4. $-(c - 3) - 4 \leq 5 - 3(1 - 3c)$ => $-c + 3 - 4 \leq 5 - 3 + 9c$
   $-c - 1 \leq 2 + 9c$ | $-9c+1$
   $-10c \leq 3$ | :(-10) ! Division durch eine negative Zahl
   $c \geq -0{,}3$ => $L = \{c \in \mathbb{Q} \mid c \geq -0{,}3\} = [-0{,}3 ; +\infty[$

5. a) II in I : 3x + 2(0,5x - 4) = 8 → 3x + x – 8 = 8 → 4x – 8 = 8 |+8 → 4x = 16 |:4

   → x = 4 in II: y = 0,5 · 4 – 4 = -2 → L={(4|-2)}

   b) Setze 2 • II (also 6y = 2x – 2) in I ein: 5x – (2x – 2) = 3 → 5x – 2x + 2 = 3 → 3x + 2 = 3 |-2

   → 3x = 1 → $x = \frac{1}{3}$ → x in II : $3y = \frac{1}{3} - 1$ → $3y = -\frac{2}{3}$ | :3 → $y = -\frac{2}{9}$ → $L = \{(\frac{1}{3} | -\frac{2}{9})\}$

   c) 2 · I) 1,2x – 0,7y = 10
   <u>II) 0,8x + 0,7y = 30</u>
   2 · I + II) 2x = 40 → <u>x = 20</u> in II : 0,8 · 20 + 0,7y = 30 → 16 + 0,7y = 30 |-16

   → 0,7y = 14 |:0,7 → <u>y = 20</u> → <u>L = {(20|20)}</u>

6. Die Reihenfolge der ausgelosten Spieler ist unerheblich! Ω = {AB; AC; AD; BC; BD; CD }

7. Es gibt 16 Ereignisse:
   A = { } ;
   B = {1} ; C = {2} ; D = {3} ; E = {4} ;
   F = {1; 2} ; G = {1; 3} ; H = {1; 4} ; I = {2; 3} ; K = {2; 4} ; L = {3; 4} ;
   M = {1; 2; 3} ; N = {1; 2; 4} ; O = {1; 3; 4} ; P = { 2; 3; 4} ;
   Q = {1; 2; 3; 4}

8. a) Der erste Patient hat 6 Plätze, der zweite 5 Plätze usw. zur Verfügung.

   Daher gibt es $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = \frac{6!}{2!} = 360$ mögliche Sitzordnungen

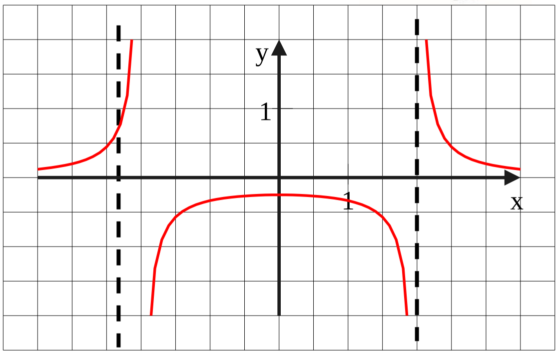
   b) P (Randplätze leer) = $\frac{\text{Anzahl der Verteilungen auf die inneren Plätze}}{\text{Anzahl aller möglichen Sitzordnungen}} = \frac{4!}{360} = \frac{24}{360} = \frac{1}{15}$

9. a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 4}$ Nennernullstellen x = -2 und x = +2

$\rightarrow D_f = \mathbb{Q} \setminus \{ -2 ; 2 \}$

waagrechte Asymptote: y = 0 (x-Achse) ;

senkrechte Asymptoten x = -2 und x = 2



b) Mögliche Funktionen $f(x) = \dfrac{8}{x}$ oder $f(x) = \dfrac{4}{x-1}$ oder …

10. a) $$\frac{3ax^2 - 3a^2x}{a^3x^2 - a^2x^3} = \frac{3ax(x-a)}{a^2x^2(a-x)} = \frac{-3ax(a-x)}{a^2x^2(a-x)} = -\frac{3}{ax}$$

b) $$\frac{a}{a-4} - \frac{2a}{12-3a} = \frac{-3a}{-3(a-4)} - \frac{2a}{12-3a} = \frac{-3a-2a}{12-3a} = \frac{-5a}{12-3a} = \frac{5a}{3a-12}$$

c) $$\frac{3x}{x+2} \cdot \frac{2-x}{x^2-2x} = \frac{3x}{x+2} \cdot \frac{(-1)\cdot(x-2)}{x(x-2)} = \frac{3}{x+2} \cdot \frac{-1}{1} = \frac{-3}{x+2}$$

d) $$\frac{4}{x^3} : \frac{2x-6}{3x^3 - x^2} = \frac{4}{x^3} \cdot \frac{x^2 \cdot (3x-1)}{2 \cdot (x-3)} = \frac{2}{x} \cdot \frac{3x-1}{x-3} = \frac{2 \cdot (3x-1)}{x \cdot (x-3)}$$

11.a) $\dfrac{2^3}{8^2} + 8 = \dfrac{8}{8^2} + 8 = \dfrac{1}{8} + 8 = 8{,}125$ b) $\left(\dfrac{3x}{2}\right)^{-2} \cdot 9x = \left(\dfrac{2}{3x}\right)^2 \cdot 9x = \dfrac{4}{9x^2} \cdot 9x = \dfrac{4}{x} = 4 \cdot x^{-1}$

c) $(a^2)^3 : a^9 = a^{2 \cdot 3} : a^9 = a^6 : a^9 = a^{6-9} = a^{-3}$

12. Höhe der Dose: $V = G \cdot h \implies h = \dfrac{V}{G} = \dfrac{0{,}5\ l}{\pi \cdot r^2} = \dfrac{500\ cm^3}{\pi \cdot (4{,}05\ cm)^2} \approx 9{,}70\ cm$

$O = 2 \cdot G + M = \pi \cdot r^2 + 2\pi r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot (4{,}05\ cm)^2 + 2 \cdot \pi \cdot 4{,}05\ cm \cdot 9{,}70\ cm = 349{,}8...\ cm^2 \approx 350\ cm^2$

15 % hinzu: $115\ \% \cdot O = 1{,}15 \cdot ^2 \approx 402{,}5\ cm^2 \approx 403\ cm^2$

Es ist etwa 403 cm² Blech erforderlich.

Lösungen zu den Zusatzaufgaben

13. $v = \frac{V}{t} = \frac{5\,l}{10\,s} = \frac{5\,dm^3}{10\,s} = \frac{0{,}005\,m^3}{10\,s} = 0{,}0005\,\frac{m^3}{s} = 5 \cdot 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}$

14. Sei x die Einerziffer und y die Zehnerziffer, so gilt:
I) $10x + y = 10y + x + 9$ und
II) $y = 0{,}5x$

II in I) ergibt: $10{,}5x = 6x + 9 \;\rightarrow\; 4{,}5x = 9 \;\rightarrow\; x = 2$

x in II): $y = 1$ Die gesuchte Zahl heißt daher 12.

15. Sei x die erste Zahl und y die zweite Zahl, so gilt: $2x + 0{,}5y = 0{,}5(x + y) + 1$ <nur eine Gleichung!>

$2x + 0{,}5y = 0{,}5x + 0{,}5y + 1 \quad |-0{,}5y$

$\rightarrow\; 2x = 0{,}5x + 1 \quad |-0{,}5x$ <y fällt weg. → Für y kann beliebige Zahl eingesetzt werden.>

$\rightarrow\; 1{,}5x = 1 \quad |:1{,}5 \quad \rightarrow\; x = \frac{2}{3}$, y beliebig

16 a) x: Schenkellänge [cm] ; y: Basislänge [cm]

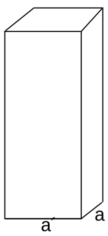
$15 = 2x + y \;\rightarrow\; y = 15 - 2x$

ganzzahlige Lösungen: (4 | 7); (5 | 5); (6 | 3); (7 | 1) <Basis y kann nicht größer als 2x sein!>

b) x: kürzere Seite [cm] ; y: längere Seite [cm]

$28 = 2x + 2y \;\rightarrow\; y = 14 - x$

ganzzahlige Lösungen: (1 | 13); (2 | 12); (3 | 11); … ; (7 | 7)



c) $100 = 8a + 4h \;\rightarrow\; h = 25 - 2a$

ganzzahlige Lösungen: (1 | 23); (2 | 21); (3 | 19); … ; (12 | 1)

17. P(1. Zahl gerade) = $\frac{24}{49}$

18. zu **I** gehört c) : f (0) = 0 und waagrechte Asymptote y = 1

zu **II** gehört b) : alle Funktionswerte sind positiv

zu **III** gehört d) : alle Funktionswerte sind negativ

19. a) $f(a) = \frac{2 + 2a}{a + 1} = \frac{2(1 + a)}{a + 1} = 2$

b) $f(x) = \frac{3x^3 - x}{x^2 - 3x} = \frac{x(3x^2 - 1)}{x(x - 3)} = \frac{3x^2 - 1}{x - 3}$

20. a) $x^{-1} - \frac{x^3}{x^4} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x} = 0$

b) $x^n \cdot x^{1-n} = x^{n+(1-n)} = x^1 = x$

c) $(x - 4) : (2x - 8)^{-3} = \frac{x - 4}{(2x - 8)^{-3}} = (x - 4)(2x - 8)^3 = (x - 4)\left[2(x - 4)\right]^3 = (x - 4) \cdot 2^3\,(x - 4)^3 = 8(x - 4)^4$