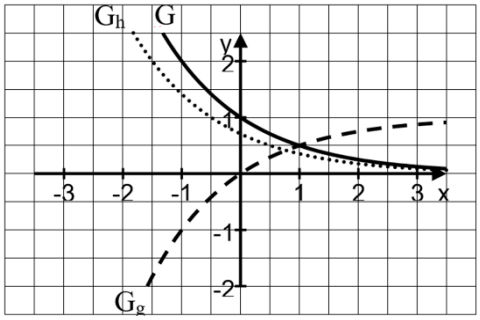
Ferienübungen für die 10. Klasse (G9)

1. Bestimmen Sie a, b so, dass der Graph der Funktion f mit $f(x) = b \cdot a^x$ durch die beiden Punkte P(-2|5) und Q(2|20) verläuft.

2. Bestimmen Sie die Gleichungen der Funktionen g und h, die zu rechtsstehenden Graphen gehören!

$$f(x) = 0{,}5^x$$



3. Berechnen Sie: a) $\log_{\sqrt{a}}\left(\sqrt[3]{a^4}\right)$ b) $2 \cdot \lg\left(\frac{1}{a}\right) + \lg(a^3) - \lg(a)$

4. Bestimmen Sie je die Lösung der Exponentialgleichung. a) $20^{-x} \cdot 5^x = 12$ b) $4^{x-1} \cdot 9 = 3^{2-x} \cdot 2^x$

5. Beim Tauchen stellt man fest, dass sich die Beleuchtungsstärke des natürlichen Lichtes mit zunehmender Wassertiefe verringert. In einem See nimmt sie mit jedem Meter Wassertiefe um 40 % ab.
   a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung für die Beleuchtungsstärke $f(x)$ $[Lux]$ in Abhängigkeit von der Wassertiefe x $[m]$! Gehen Sie von der Beleuchtungsstärke 1 Lux an der Wasseroberfläche aus!
   b) Um wie viel Prozent hat sich die Beleuchtungsstärke in 5 m Wassertiefe gegenüber der an der Wasseroberfläche verringert?
   c) In welcher Wassertiefe hat sich die anfängliche Beleuchtungsstärke halbiert?

6. In einer Urne liegen sechs rote und vier gelbe Kugeln. Uwe nimmt zwei Kugeln ohne Zurücklegen heraus. Zeichnen Sie ein vollständiges Baumdiagramm und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.
   A: „Uwe zieht genau eine rote Kugel“. B: „Uwe zieht mindestens eine gelbe Kugel“.

7. Nico und Jana spielen ein Spiel, welches aus mehreren Runden aufgebaut ist. Die Chance, dass Jana eine Runde gewinnt, beträgt je Runde 50 %. In jeder Runde gibt es einen Gewinner, d. h. es kann nicht unentschieden ausgehen. Wer zuerst fünf Runden gewonnen hat ist Sieger. Simulieren Sie dieses Spiel mit…
   a) Einem Würfel. b) Einer Münze. c) Einem Tabellenkalkulationsprogramm.

8. Rechnen Sie jeweils in das andere Winkelmaß um!
   a) $135°$ b) $\frac{11\pi}{16}$ c) 2,8

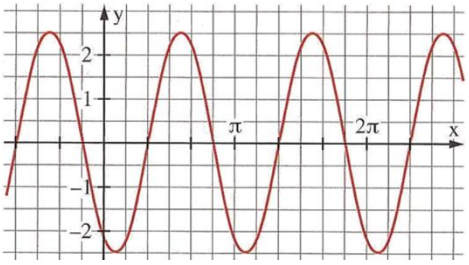
9. Bestimmen Sie exakt! a) $\sin(225°)$ b) $\cos(-420°)$

10. Für welche Winkel zwischen 0° und 360° gilt: a) $sin\varphi = 0{,}1234$ b) $cos\varphi = -0{,}4321$

11. Bestimmen Sie im Grad- und im Bogenmaß alle x mit $-\pi \leq x \leq 2\pi$, für die gilt:

    a) $\sin(x) = \left(-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ b) $\cos(x) = \frac{1}{2}$

12. Der Graph gehört zu einer Funktion f der Form $f(x) = a \cdot \sin(bx + c) + d$. Bestimmen Sie a, b, c, d.



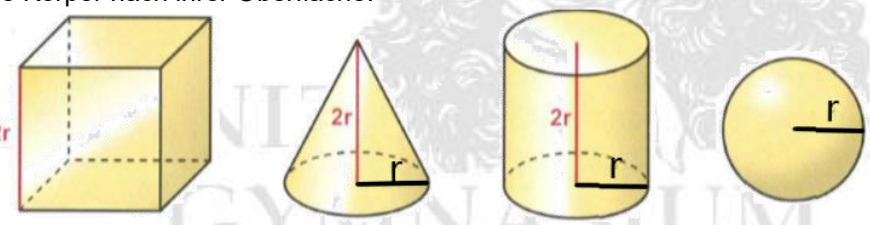
13. Bestimmen Sie Amplitude, Periode, Verschiebung und Nullstellen der Funktion f mit $f(x) = 3\sin(2x - \pi)$ und zeichnen Sie den Graphen G_f.

14. Gegeben ist die Funktion $f: x \longmapsto (x-2)(x+3)(3x^2 - 12x + 12)$. Bestimmen Sie die Nullstellen und deren Vielfachheiten. Beschreiben Sie außerdem den Verlauf des Graphen G_f in der Umgebung der Nullstellen.

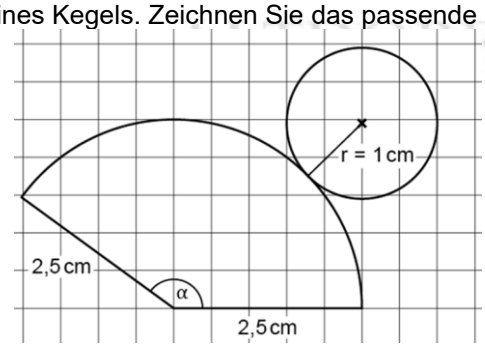
15. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$.
a) Bestimmen Sie die Nullstellen von f.
b) Bestimmen Sie die Nullstellen der folgenden Funktionen: $g(x) = f(x+2)$, $h(x) = 2f(x)$, $k(x) = f(2x)$.
c) Skizzieren Sie G_f, G_g, G_h, G_k in ein gemeinsames Koordinatensystem.

16. Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf ihre Symmetrieeigenschaften hin und bestimmen Sie ihre Nullstellen.
a) $f(x) = (x-1)(x+1)$ b) $g(x) = \frac{4x-3}{2x+1}$ c) $h(x) = 1{,}5^x - 12$ d) $k(x) = \sin(2x)$

17. Die folgenden Körper haben jeweils das Volumen $V = 1000\ cm^3$. Berechnen Sie den Inhalt der Oberflächen und ordnen Sie die Körper nach ihrer Oberfläche.

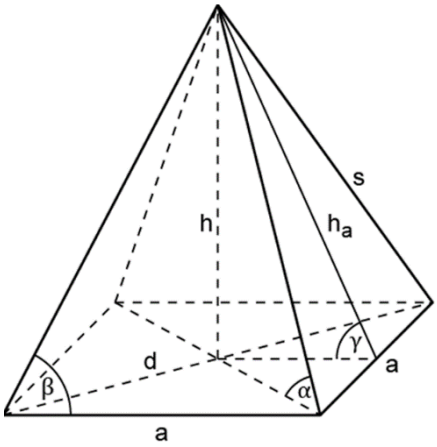


18. Die Abbildung zeigt das Netz eines Kegels. Zeichnen Sie das passende Schrägbild dazu.



19. Zeichnen Sie das Schrägbild einer $9\ cm$ hohen geraden Pyramide mit einer rechteckigen Grundfläche der Seitenlängen $a = 4\ cm$ und $b = 6\ cm$.

20. Vervollständigen Sie die Lücken in den Rechnungen. Die folgende Abbildung gehört zur Aufgabe.



a) $a^2 + a^2 =$ _____

b) $h_a = \sqrt{_____ + _____}$

c) $\sin(\alpha) = \frac{_____}{s}$

d) $\tan(\beta) = \frac{h_a}{_____}$

e) $\cos(\gamma) = \frac{_____}{h_a}$

f) $\frac{\frac{d}{2}}{s} =$ _____

g) $s^2 =$ _____ $+h^2$

h) $h_a = \sqrt{_____ - _____}$

21. Auf eine Halbkugel mit Radius r wird ein Kegel mit Höhe r gesetzt.
a) Um wie viel Prozent ist die Oberfläche der Halbkugel größer als die Mantelfläche des Kegels?
b) Um wie viel Prozent ist das Volumen der Halbkugel größer als das Volumen des Kegels?