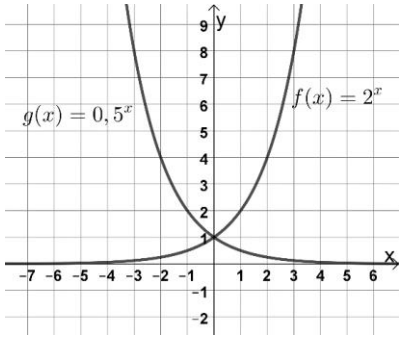
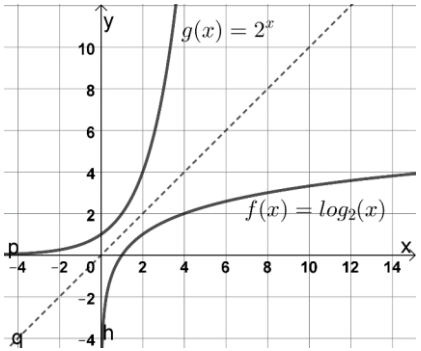
WISSEN / KÖNNEN	AUFGABEN / BEISPIELE	LÖSUNGEN
<u>I) Exponentialfunktion und Logarithmus</u> **Lineares Wachstum:** $\boldsymbol{f(t) = f(0) + d \cdot t}$ Konstanter <u>absoluter Zuwachs</u> in gleichen Zeitschritten; d bezeichnet die absolute Änderung pro Zeitschritt. **Exponentielles Wachstum:** $\boldsymbol{f(t) = f(0) \cdot a^t}$ Konstanter <u>Wachstumsfaktor a</u> in gleichen Zeitschritten; a-1 bezeichnet die relative/prozentuale Änderung pro Zeitschritt. **Halbwertszeit:** Zeit, in der sich der Funktionswert jeweils halbiert **Verdopplungszeit:** Zeit, in der sich der Funktionswert jeweils verdoppelt **Exponentialfunktionen** Funktionen der Form $\boldsymbol{f(x) = ba^x}$ mit a > 0, a ≠ 1  • $b = f(0)$: Anfangswert/-bestand • $f(x) > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}, b > 0$ • $a > 1$: G_f streng monoton steigend • $P(0\|b) \in G_f$ • $0 < a < 1$: G_f streng monoton fallend • Asymptote von G_f: x-Achse • Graph von $g(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ erhält man aus Graph von $f(x) = a^x$ durch Spiegelung an der y-Achse	**1. Um welche Art von Wachstum handelt es sich? Begründe.** **a)** Eine neu gepflanzte Kiefer ist 1,20m hoch. Sie wächst in den ersten 20 Jahren jährlich um ca. 44cm. **b)** Die Bevölkerungszahl eines Staates nimmt jährlich um 2% ab.	**a)** Lineare Zunahme, denn die Höhe der Kiefer nimmt jährlich um eine konstante Länge zu. **b)** Exponentielle Abnahme, denn die Bevölkerungszahl sinkt jährlich um den gleichen Faktor (1 – 0,02=0,98).
	2. Gib den jeweiligen Wachstumsfaktor an. **a)** 3,5% Wachstum **b)** 5,2% Abnahme **c)** 10% Wachstum **d)** 1% Abnahme	**a)** $a = 1{,}035$ **b)** $a = 0{,}948$ **c)** $a = 1{,}1$ **d)** $a = 0{,}99$
	3. Im Labor wird das Verhalten von 1000g Caesium untersucht. Jedes Jahr nimmt die Menge um 2,284% ab. Stelle eine Gleichung zur Berechnung der Halbwertszeit auf.	$\frac{1}{2} \cdot 1000g = 1000g \cdot 0{,}97716^t$ Schon vereinfacht, da der Anfangsbestand irrelevant ist: $\frac{1}{2} = 0{,}97716^t$
	4. Begründe, dass die Funktion $\boldsymbol{f: x \mapsto 2^x}$, $\boldsymbol{D_f = \mathbb{R}}$, monoton steigend ist, und gib die Schnittpunkte von $\boldsymbol{G_f}$ mit den Koordinatenachsen an.	Mit größer werdendem x-Wert wird auch der zugehörige Funktionswert $f(x)$ größer. G_f ist also monoton steigend. Schnittpunkt T von G_f mit der y-Achse: $f(0) = 2^0 = 1 \Rightarrow T(0\|1)$ G_f schneidet die x-Achse nicht, da $f(x) > 0$ für alle $x \in D_f$.

Logarithmen

Die eindeutige Lösung der Exponentialgleichung $a^x = b$ nennt man Logarithmus von b zur Basis a:

$$\boldsymbol{a^x = b \leftrightarrow x = log_a b}$$

$g(x) = \log_a x$ ist Umkehrfunktion von $f(x) = a^x$



Rechenregel: $u, a > 0;\ a \neq 1$
$\log_a u^x = x \cdot \log_a u$

Lösungsstrategie bei Exponentialgleichungen

- Bei gleicher Basis: Vergleich der Exponenten
- beidseitiges Logarithmieren, aber Achtung: nicht, wenn links oder rechts eine Summe oder Differenz steht → fasse beide Seiten der Gleichung so zusammen, dass sie die Form $ab^x = cd^x$ hat.

5. Ermittle die Lösungsmenge über der Grundmenge $\mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ rechnerisch.

a) $log_x 9 = 2$

b) $log_2(x^2) = 4$

c) $\lg(lg\ w) = 0$

d) $5^{4x-7} = 125$

a) $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$

b) $2^4 = x^2 \Rightarrow (2^2)^2 = x^2 \Rightarrow x = 4$

c) $10^0 = \lg w \Rightarrow 1 = \lg w \Rightarrow 10 = w$

d) $5^{4x-7} = 5^3 \Rightarrow 4x - 7 = 3 \Rightarrow x = 2{,}5$

6. Bestimme die Lösung der Gleichung rechnerisch.

a) $3 - 0{,}5^x = 1$

b) $6 \cdot 2^{x-2} = 24$

c) $3 \cdot 4^{x-1} + 5 = 5{,}8$

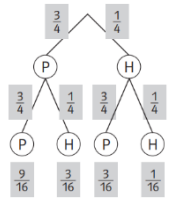
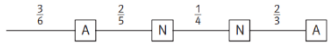
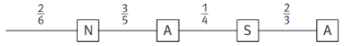
d) $3^{x+1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} = 26$

a) $2 = 0{,}5^x \Rightarrow x = \log_{0,5} 2 = -1$

b) $2^{x-2} = 4 \Rightarrow x - 2 = \log_2 4 \Rightarrow x - 2 = 2$
$\Rightarrow x = 4$

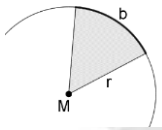
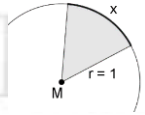
c) $3 \cdot 4^{x-1} = 0{,}8 \Rightarrow 4^{x-1} = \frac{4}{15} \Rightarrow$
$x - 1 = \log_4 \frac{4}{15} \Rightarrow x = \left(\log_4 \frac{4}{15}\right) + 1 \approx$
$\approx 0{,}05$

d) $3 \cdot 3^x - 3^{-(2-x)} = 26$
$3 \cdot 3^x - 3^{-2} \cdot 3^x = 26$
$(3 - 3^{-2}) \cdot 3^x = 26$
$3^x = 9 \Rightarrow x = 2$

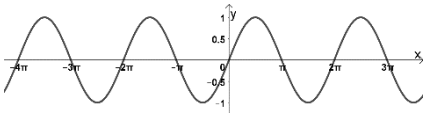
WISSEN / KÖNNEN	AUFGABEN / BEISPIELE	LÖSUNGEN
<u>II Zusammengesetzte Zufallsexperimente und stochastische Simulationen</u> **Mehrstufiges Zufallsexperiment** • Zufallsexperiment, dass aus mehreren Teilexperimenten steht • Die Ergebnisse schreibt man als n-Tupel $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ • Jedes Ergebnis stellt genau einen Pfad im Baumdiagramm dar. **1. Pfadregel** Bei einem mehrstufigen Zufallsexperiment erhält man die **Wahrscheinlichkeit eines <u>Ergebnisses</u>**, indem man die Wahrscheinlichkeiten längs des zugehörigen Pfades im Baumdiagramm multipliziert. **2. Pfadregel** Bei einem mehrstufigen Zufallsexperiments erhält man die **Wahrscheinlichkeit eines <u>Ereignisses</u>**, indem man die Wahrscheinlichkeiten aller Ergebnisse addiert, die zu den Pfaden dieses Ereignisses gehören. **Simulation** Die Nachahmung eines Zufallsexperiments durch ein anderes mit den gleichen Wahrscheinlichkeiten. **Kreiszahl π und die Monte-Carlo-Methode** Zur Bestimmung der Kreiszahl π werden bei der M-C-M zufällig Punkte in einem Quadrat verteilt, dem ein Viertelkreis einbeschrieben ist. Bildet man den Quotienten aus der Anzahl der Punkte innerhalb des Viertelkreises und der Gesamtzahl aller Punkte, so erhält man einen Schätzwert für den Anteil des Flächeninhalts des Viertelkreises an dem des Quadrats. Gemäß dem Gesetz der großen Zahlen stabilisiert sich dieser Quotient für große Punkte-Anzahlen um den Wert $\frac{\pi}{4}$. Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart 2022, Lambacher Schweizer 10, S.64	**7. Auf einem Glücksrad mit 12 gleich großen Sektoren ist auf 9 Sektoren ein Pferd, auf den restlichen ein Hase abgebildet. Es wird zweimal gedreht.** **a)** Zeichne ein vollständig beschriftetes Baumdiagramm. **b)** Berechne $P(\text{"zwei verschiedene Tiere"})$ **c)** Berechne $P(\text{"zwei gleiche Tiere"})$	a)  b) $P(\text{"zwei verschiedene Tiere"}) =$ $= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ c) $P(\text{"zwei gleiche Tiere"}) =$ $= \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$
	8. Auf sechs Kärtchen wird jeweils einer der sechs Buchstaben von ANANAS geschrieben. Blind werden vier Kärtchen nacheinander gezogen und nebeneinander auf den Tisch gelegt. Bestimme die folgenden Wahrscheinlichkeiten und zeichne hierfür nur den benötigten Pfad. **a)** $P(\text{"ANNA"})$ **b)** $P(\text{"NASA"})$ **c)** $P(\text{"NASS"})$	a) $P(\text{"}ANNA\text{"}) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{30}$  b) $P(\text{"}NASA\text{"}) = \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{30}$  c) $P(\text{"}NASS\text{"}) = 0\ (unmögliches\ Ereignis)$

Streifenmethode zur (näherungsweisen) Bestimmung von π

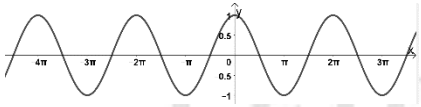
- Nicht zufallsbasiert
- Fülle schrittweise im I. Quadranten die Fläche eines Viertelkreises mit $r = 1$ durch Streifen aus
- Bezeichne die Summe der Flächeninhalte der gleich breiten Streifen mit A_n.
- n gibt die Anzahl der Streifen an
- Breite der Streifen: $\frac{1}{n}$
- Höhe der Streifen: mit Hilfe des Satzes von Pythagoras berechnen
- Flächeninhalt des Viertelkreises ist etwas größer als A_n
- Wegen $A = \frac{\pi}{4}$ gilt $A_n < \frac{\pi}{4}$
- Die Summen $A_n$nähern sich für größere Werte von n dem Flächeninhalt des Viertelkreises immer genauer an.

WISSEN / KÖNNEN	AUFGABEN / BEISPIELE	LÖSUNGEN
<u>III Sinus- und Kosinusfunktion</u> **Bogenlänge b**  eines Kreissektors mit Radius r und Mittelpunktswinkel α: $b = \frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi r$ **Bogenmaß eines Winkels α** Maßzahl der Bogenlänge zum Winkel α am Einheitskreis  **Umrechnung Winkel α im Gradmaß ↔ Winkel x im Bogenmaß** $x = \frac{\alpha}{180°} \cdot \pi$ bzw. $\alpha = \frac{x}{\pi} \cdot 180°$ **Wichtige Bogenmaße** **α im Gradmaß** | **0°** | **30°** | **45°** | **60°** | **90°** | **120°** | **135°** | **180°** | **270°** | **360°** **α im Bogenmaß** | **0** | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2}{3}\pi$ | $\frac{3}{4}\pi$ | π | $\frac{3}{2}\pi$ | 2π **Bogenmaß größer als 2π:** Winkel beschreibt mehr als eine Volldrehung **Negativer Winkel** Winkel der im Uhrzeigersinn gerichtet ist	**9. Eine Seemeile entspricht der Bogenlänge auf dem Äquator, die zum Mittelpunktswinkel von $\frac{1}{60}$ Grad gehört. Berechne die Länge einer Seemeile. (Erdradius 6378 km)** **10. Wahr oder falsch? Begründe.** **a)** Ein rechter Winkel misst im Bogenmaß π **b)** Ein Winkel, dessen Größe im Bogenmaß 1,00 beträgt, ist größer als ein Winkel der Größe 1°. **11. Bestimme alle Lösungen der Gleichung im Intervall $0 \leq x \leq 2\pi$** **a)** $\cos x = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$ **b)** $\sin x = -\frac{1}{2}$ **c)** $\sin x = 2$	$Länge\ einer\ Seemeile =$ $= \frac{\left(\frac{1}{60}\right)^{\circ}}{360^{\circ}} \cdot 2\pi \cdot 6378km \approx 1{,}86km$ a) Falsch. Er beträgt $\frac{90° \cdot \pi}{180°} = \frac{\pi}{2}$ b) Richtig. $\alpha = \frac{1}{\pi} \cdot 180° \approx 57{,}30° > 1°$ Der TR muss auf **RAD** eingestellt sein! Erste Lösung mit Hilfe des TR, zweite Lösung durch Veranschaulichung am EHK a) $x_1 = \frac{3}{4}\pi$ und $x_2 = \pi + \frac{1}{4}\pi = \frac{5}{4}\pi$ b) $x_1 = -\frac{1}{6}\pi = \frac{11}{6}pi$ und $x_2 = 0 + \frac{1}{6}\pi = \frac{1}{6}\pi$ c) Nicht möglich, da der maximale Wert von $\sin x = 1$ ist.

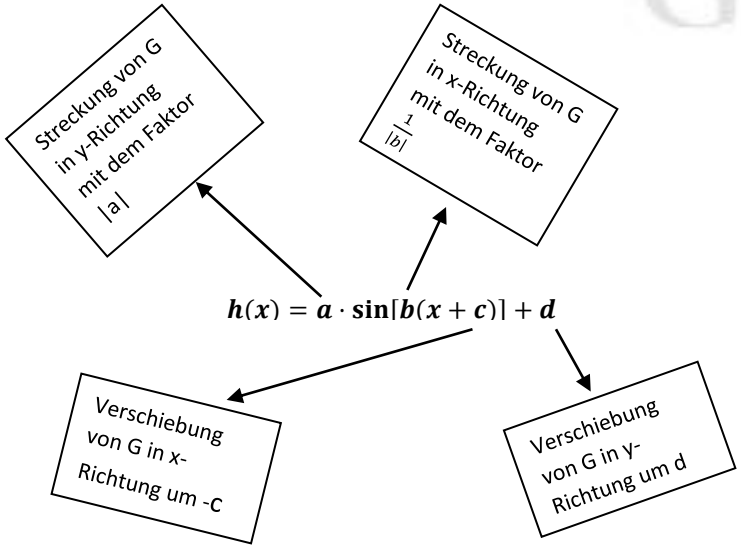
Sinusfunktion
$f: x \mapsto \sin x$ mit $x \in \mathbb{R}$; $W = [-1; 1]$; periodisch mit Periodenlänge 2π



Kosinusfunktion
$f: x \mapsto \cos x$ mit $x \in \mathbb{R}$; $W = [-1; 1]$; periodisch mit Periodenlänge 2π



Allgemeine Sinusfunktion:
Term: $\boldsymbol{h(x) = a \cdot \sin[b(x+c)] + d}$ mit $a \neq 0, b \neq 0, c \in \mathbb{R}, d \in \mathbb{R}$
Die Graphen gehen aus dem Graphen G der Sinusfunktion hervor.
Übertragbar auf den Kosinus.

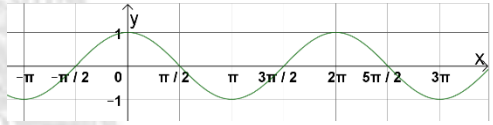


Modellieren periodischer Vorgänge
… möglich mit der allgemeinen Sinusfunktion

1. Realen Vorgang vereinfachen
2. Informationen in Koordinatensystem übertragen, Sinuskurve skizzieren und Parameterwerte a, b, c, d entnehmen
3. Rechnungen mit ermittelter Funktion durchführen
4. Ergebnisse mit Daten der Realsituation überprüfen

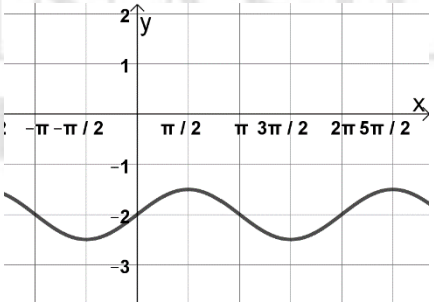
12. Bestimme alle Hoch- und Tiefpunkte der Funktion $f: x \mapsto \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, mit $D = [-\pi; 3\pi]$

Die Sinuskurve wird zuerst verschoben (um $\frac{\pi}{2}$ nach links), dann an der x-Achse gespiegelt.



Hochpunkte:
$(0|1), (2\pi|1)$
Tiefpunkte:
$(-\pi|-1), (\pi|-1), (3\pi|1)$

13. Bestimme einen möglichen Funktionsterm mit Hilfe der Kosinusfunktion.



Periodenlänge $p = 2\pi \Rightarrow b = 1$
Amplitude $\boldsymbol{a = 0,5}$

Verschiebung in x-Richtung:
um $\frac{\pi}{2}$ nach rechts $\Rightarrow c = -\frac{\pi}{2}$

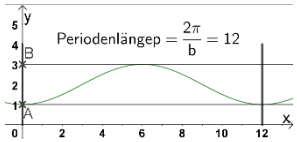
Verschiebung in y-Richtung:
Um 2 Einheiten nach unten $\Rightarrow d = -2$

Der Funktionsterm lautet:

$$f(x) = 0{,}5 \cdot \cos(x - \frac{\pi}{2}) - 2$$

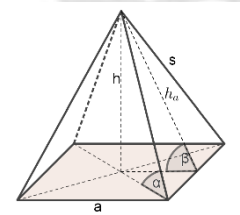
14. Der Wasserstand auf Norderney schwankt zwischen 1m bei Niedrigwasser und fast 3m bei Hochwasser. Die Schwankung des Wasserstandes lässt sich in Abhängigkeit von der Zeit t (in Stunden nach Niedrigwasser) näherungsweise durch die Funktion f mit $f(t) = a \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) + d$ beschreiben, wobei die Parameter a und d in Metern gemessen werden.
Bestimme die Parameterwerte a und d.

Amplitude:
$|a| = (3-1):2 = 1$



$a < 0$, da die Beobachtung bei Niedrigwasser beginnt, also $a = -1$
$d = (1+3):2 = 2$
$\Rightarrow f(t) = -\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 2$

WISSEN / KÖNNEN	AUFGABEN / BEISPIELE	LÖSUNGEN
<u>IV Ganzrationale Funktionen</u> **Ganzrationale Funktion** Funktion, deren Funktionsterm als Summe von Termen von Potenzfunktionen geschrieben werden kann. **Grad einer ganzrationalen Funktion** Der höchste vorkommende Exponent bezüglich der Potenzen der Funktionsvariablen **Polynom vom Grad n** Term der Form $a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0$ $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_2, a_1, a_0$ nennt man **Koeffizienten.** **<u>Eigenschaften ganzrationaler Funktionen:</u>** **Verhalten der Funktionswerte für betragsmäßig große x-Werte** … wird durch den Summanden mit dem höchsten vorkommenden Exponenten (an x) bestimmt. **Vielfachheit einer Nullstelle** Gibt Aufschluss darüber, wie sich der Graph in der Umgebung der Nullstelle verhält. Vielfachheit erkennbar, wenn der Term vollständig mit Hilfe von Linearfaktoren zerlegt wurde. **Ungerade Vielfachheit:** Funktionswerte wechseln ihr Vorzeichen **Gerade Vielfachheit:** Funktionswerte behalten ihr Vorzeichen bei **Lösen einer biquadratische Gleichung $a_4x^4 + a_2x^2 + a_0 = 0$** Führe diese mit Hilfe einer **Substitution** auf eine quadratische Gleichung zurück. **Symmetrie von Funktionsgraphen bezüglich des Koordinatensystems** **Achsensymmetrisch bzgl. y-Achse:** • $f(-x) = f(x), \text{für } alle\ x \in D$ • Funktion nennt man gerade **Punktsymmetrisch bzgl. Ursprung:** • $f(-x) = -f(x), \text{für } alle\ x \in D$ • Funktion nennt man ungerade	**15.** Funktion f mit $f(x) = -3x^2 + 6x - 10$ mit $D_f = \mathbb{R}$ Wahr oder falsch? Begründe. **a)** f ist eine ganzrationale Funktion **b)** f hat den Grad 3 **c)** für betragsgroße Werte von x gilt $f(x) \longrightarrow \pm\infty$ **d)** G_f verläuft nur durch den III. und IV. Quadranten **e)** f lässt sich auch durch die Gleichung $-3(x-1)(x-10)$ darstellen.	a) Wahr, da $f(x)$ eine Summe von Potenzen mit natürlichen Exponenten darstellt b) Falsch. F hat den Grad 2, da 2 der höchste Exponent bzgl. der Potenzen der Funktionsvariablen darstellt. c) Falsch. Für betragsgroße Werte von x gilt $f(x) \longrightarrow -\infty$, da G_f eine nach unten geöffnete Parabel ist. d) Wahr. Der Scheitel liegt bei (1|-7) unterhalb der x-Achse (→ quadratische Ergänzung..) und die Parabel ist nach unten geöffnet. e) Falsch. G_f hat keine Schnittpunkte mit der x-Achse (vgl d)) , daher hat die Funktion auch keine Nullstellen. Die Funktion zur angegebenen Gleichung hat die Nullstellen $x = 1$ und $x = 10$.
	16. Gib die Nullstellen der Funktion f mit $f(x) = x(x^2-1)(x+4)^3$ und deren Vielfachheit an.	$x_1 = 0; VFH\ 1$ $x_2 = 1;\ VFH\ 1$ $x_3 = -1; VFH\ 1$ $x_{4,5,6} = -4; VFH\ 3$
	17. Untersuche das Symmetrieverhalten von G_f bzgl. des KoSys. $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 5x$	$f(-x) = -\frac{1}{2}(-x)^3 + 5(-x) =$ $= +\frac{1}{2}x^3 - 5x =$ $= -\left(-\frac{1}{2}x^3 + 5x\right) = -f(x)$ → G_f ist achsensymmetrisch zur y-Achse
	18. Bestimme die Lösungsmenge L der Gleichung $2x^4 - 2{,}5x^2 + 0{,}5 = 0$	Subst.: $u := x^2$ $2u^2 - 2{,}5u + 0{,}5 = 0$ $u_{1,2} = \frac{2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 4}}{4} \Rightarrow u_1 = 1\ und\ u_2 = \frac{1}{4}$ Rücksub.: $1 = x^2 \Rightarrow x_1 = 1\ und\ x_2 = -1$ $\frac{1}{4} = x^2 \Rightarrow x_3 = \frac{1}{2}\ und\ x_4 = -\frac{1}{2}$ $L = \{-1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\}$

WISSEN / KÖNNEN	AUFGABEN / BEISPIELE	LÖSUNGEN
V Raumgeometrie **Pyramide** Entsteht durch das Verbinden der Eckpunkte eines Vielecks mit einem Punkt S außerhalb der Vielecksebene **Gerade Pyramide** Grundfläche (z.B. Quadrat, regelmäßiges n-Eck) muss einen eindeutigen Mittelpunkt haben, Spitze S liegt senkrecht über diesem Mittelpunkt, die Seitenkanten sind gleich lang. **Kegel** Entsteht durch das Verbinden der Punkte einer Kreislinie mit einem Punkt S außerhalb der Kreiseben. **Gerader Kegel** Spitze S liegt senkrecht über dem Mittelpunkt des Kreises. Alle Mantellinien sind gleich lang. **Netz einer (geraden) Pyramide** Besteht aus der n-eckigen Grundfläche und n (gleichschenkligen) Dreiecken. **Netz eines geraden Kegels** Besteht aus einem Kreis (Grundfläche) und einem Kreissektor als Mantelfläche. **Größe des Mittelpunktswinkels des Kreissektors:** $\frac{\alpha}{360°} = \frac{2\pi r}{2\pi m} \Rightarrow \frac{\alpha}{360°} = \frac{r}{m}$ **Schrägbild von Pyramide und Kegel** 1. Skizziere Schrägbild der Grundfläche G 2. Markiere Höhenfußpunkt F in G 3. Zu G senkrechte Höhe in wahrer Länge einzeichnen → S entsteht. 4. Verbinde S mit den Eckpunkten des Vielecks bzw. mit zwei Punkten der Kreislinie	**19. Gegeben ist eine gerade Pyramide mit quadratischer Grundfläche ($a = 4cm$). Die Länge der Seitenkante s beträgt 5cm.** **Berechne:** h (Höhe der Pyramide) h_a (Höhe der Seitendreiecke) α (Neigungswinkel von s zur Grundfläche) β (Neigungswinkel von h_s zur Grundfläche) O_P (Oberflächeninhalt der Pyramide) V_P (Volumen der Pyramide)	Verwende den Satz des Pythagoras und trigonometrische Zusammenhänge. $d \coloneqq Diagonalenlänge\ der\ Grundfläche$  $d = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2} = 4cm\sqrt{2}$ $h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a}{2}\sqrt{2}\right)^2}\ cm = \sqrt{5^2 - \left(\frac{4}{2}\sqrt{2}\right)^2}\ cm =$ $= \sqrt{17}cm \approx 4{,}12cm$ $h_a = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}\ cm = \sqrt{5^2 - 2^2}cm =$ $= \sqrt{21}cm \approx 4{,}58\ cm$ $\tan\alpha = \frac{h}{\frac{a}{2}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{17}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha \approx 56°$ $\tan\beta = \frac{h}{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{17}}{2} \Rightarrow \beta \approx 64°$ $O_P = G + M =$ $= (4cm)^2 + 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 4cm \cdot \sqrt{21}cm\right) =$ $= 16cm^2 + 8\sqrt{21}cm \approx 53cm^2$ $V_P = \frac{1}{3}Gh = \frac{1}{3} \cdot (4cm)^2 \cdot \sqrt{17}cm =$ $= \frac{16}{3}\sqrt{17}cm^3 \approx 22cm^3$

Volumen und Oberflächeninhalt der Pyramide Grundfläche G, Mantelfläche M, Höhe h **Volumen**: $V_P = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$ **Oberflächeninhalt:** $O_P = G + M$ **Volumen und Oberflächeninhalt eines geraden Kegels** Grundfläche G, Radius r, Höhe h, Mantellinie m **Volumen:** $V_K = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$ **Inhalt der Mantelfläche:** $M = \pi \cdot r \cdot m$, wobei $m = \sqrt{h^2 + r^2}$ **Oberflächeninhalt:** $O_K = G + M = \pi r \cdot (r + m)$ Kegelmantel ist ein Kreissektor mit Radius m Dieser Kreissektor hat die Bogenlänge $2\pi r$ **Volumen und Oberflächeninhalt der Kugel mit Radius r** Volumen: $V_{Ku} = \frac{4}{3}\pi r^3$ Oberflächeninhalt: $O_{Ku} = 4\pi r^2$	**20. Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt des geraden Kreiskegels mit $r = 3cm$ und $h = 4cm$.**	$V_K = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3cm)^2 \cdot 4cm =$ $= 12\pi\ cm^3 \approx 37{,}7cm^3$ $O_K = G + M = \pi r \cdot (r + m) =$ $= \pi r \cdot \left(r + \sqrt{h^2 + r^2}\right) =$ $= \pi \cdot 3cm \cdot \left(3cm + \sqrt{(4cm)^2 + (3cm)^2}\right) =$ $= 24\pi cm^2 \approx 75{,}4cm^2$
	21. Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt einer Kugel, … **a)** … deren Radius 15cm beträgt. **b)** … die einen Würfel mit Seitenlänge $a = 20cm$ genau umschreibt.	a) $V_{Ku} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(15cm)^3 =$ $= 4500\pi\ cm^3 \approx 14137{,}2cm^3$ $O_{Ku} = 4\pi r^2 = 4\pi(15cm)^2 = 900\pi cm^2 \approx$ $\approx 2827{,}4cm^2$ b) Bestimme halbe Länge der Diagonalen des Würfels: $\frac{1}{2}d = \frac{1}{2}a\sqrt{2} = \frac{1}{2} \cdot 20cm\sqrt{2} = 10\sqrt{2}cm$ Radius der Kugel ist halbe Raumdiagonale des Würfels: $r^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2$ $r = \sqrt{\left(10\sqrt{2}\right)^2 + 10^2}cm = 10\sqrt{3}cm$ $V_{Ku} = \frac{4}{3}\pi\left(10\sqrt{3}\right)^3 cm^3 \approx 21765{,}6cm^3$ $O_{Ku} = 4\pi\left(10\sqrt{3}\right)^2 cm^2 = 1200\pi \approx$ $\approx 3769{,}1\ cm^2$

LEIBNIZ GYMNASIUM ALTDORF